As Múltiplas Representações como Estratégia para Explorar as Relações Quaternárias do Campo Multiplicativo em um Recurso Educacional Digital Gamificado

Juscileide Braga de Castro[1]
Márcia Duarte Medeiros[2]
Maria de Fátima Costa de Souza[3]
José Aires de Castro Filho[4]
Francisco Youri Miranda de Freitas[5]
Joyce da Silva Sousa[6]
Lídya de Lima Monteiro Rufino[7]

RESUMO

Dificuldades com a Matemática e, em especial, com conceitos relacionadas às Estruturas Multiplicativas, motivaram o desenvolvimento do Recurso Educacional Digital (RED) Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions*. Neste sentido, o objetivo deste trabalho é apresentar e detalhar o processo de produção, bem como descrever o referido RED, considerando a interface com múltiplas representações e os elementos de gamificação presentes para a exploração do campo conceitual multiplicativo. A metodologia de produção do RED considerou 6 etapas: [1] ideação; [2] organização; [3] modelagem; [4] implementação; [5] averiguação e [6] autenticação. A interface de resolução das situações do RED possui múltiplas representações, tais como: representações textuais, numéricas, icônicas e tabulares que facilitam a exploração e o entendimento de situações quaternárias de proporção simples e de proporção múltipla. Destaca-se ainda, o dinamismo proporcionado pelos elementos de gamificação, como narrativa, conquistas e feedbacks imediatos, que favorecem o engajamento do estudante. Sua contextualização, cheia de elementos imaginários, busca oferecer cenários e situações que estimulam a reflexão dos estudantes, além da compreensão conceitual por meio de uma interface interativa.

Palavras-chave: Múltiplas Representações. Gamificação. Campo Multiplicativo. Recurso Educacional Digital.

[1] Professora na Universidade Federal do Ceará e no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará - juscileide@virtual.ufc.br
[2] Centro Universitário Unifanor|Wyden - marcia@virtual.ufc.br; marcia.medeiros@professores.unifanor.edu.br
[3] Professora na Universidade Federal do Ceará - fatimasouza@virtual.ufc.br
[4] Professor na Universidade Federal do Ceará e no Programa de Pós-graduação em Educação da UFC - aires@virtual.ufc.br
[5] Graduando em Pedagogia pela Universidade Federal do Ceará e bolsista do Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem (PROATIVA/UFC) - yourimiranda@gmail.com
[6] Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e pesquisadora do Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem (PROATIVA/UFC) - joycedssousa@gmail.com
[7] Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC) e pesquisadora do Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem (PROATIVA/UFC) - lidyamont@gmail.com

1. Introdução

Não é segredo que o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática encontra muitos desafios. Abordagens com ênfase em modelos de aplicação de fórmulas e com destaque em exercícios práticos, desvinculados da realidade do estudante não contribuem com a compreensão dos estudantes (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014; CASTRO, 2016). Pelo contrário, estas práticas promovem entraves que além de dificultar a compreensão conceitual e a reflexão dos estudantes, também favorecem a aversão e o medo da Matemática.

As dificuldades dos estudantes com a Matemática refletem-se nas avaliações de larga escala. Por meio de acompanhamentos realizados pelo governo federal, a exemplo das provas do Sistema de Avaliação de Educação Básica (SAEB), é possível se diagnosticar e apontar sucessos e dificuldades dos estudantes no âmbito da aprendizagem. Neste sentido, verifica-se os resultados de avaliações realizadas em 2017 que revelaram dificuldades na resolução de situações do campo multiplicativo, ou seja, que envolvem a multiplicação e a divisão.

De acordo com o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), 69,39% dos estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental, estão abaixo do nível 6, em uma escala de proficiência que vai de 0 a 10 (BRASIL, 2019). Segundo a matriz de proficiência do SAEB, tais estudantes não são capazes de: Resolver problemas de multiplicação com a noção de proporcionalidade (nível 6); Resolver problemas de divisão exata ou a multiplicação de números naturais (nível 7); Resolver problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais (nível 8) (BRASIL, 2019).

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), situações do campo multiplicativo devem ser inseridas no currículo escolar a partir do 2° ano e por todo o Ensino Fundamental (BRASIL, 2017). Estudos realizados por Castro (2016), Magina, Santos e Merlini (2014) e Vergnaud (1988) sugerem que estas situações devem ser exploradas levando-se em consideração as diferentes ideias abordadas; as regras; os procedimentos e as relações envolvidas (funcional e escalar); assim como os diferentes tipos de representações (icônica, tabular, gráfica, dentre outras) mobilizadas pelos estudantes para ajudar na resolução.

Tyler, Prain e Peterson (2007, p. 317) compreendem que "a aprendizagem de novos conceitos não pode ser separada da maneira de como aprender a representá-los e nem do que significam as representações usadas". Assim, os conceitos matemáticos só começam a fazer sentido a partir de um conjunto de situações nas quais não é possível isolar um único conceito.

Os estudantes passam a compreender conceitualmente um conceito quando são capazes de acioná-lo, através de diferentes situações e representações.

Uma das possibilidades para se trabalhar com os alunos as situações multiplicativas e outros conteúdos curriculares é por meio do uso das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC). Nesse sentido, a BNCC evidencia a cultura digital como uma competência geral que precisa ser trabalhada nas escolas brasileiras. Esta competência está relacionada com o uso significativo e reflexivo das TDIC, como forma de acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos e resolver problemas (BRASIL, 2017).

Além disso, justifica-se o uso das TDIC nas práticas escolares, devido às vantagens apontadas para fins educacionais, como enumera Castro (2012): a facilidade de visualização e representação de gráficos; as simulações de situações reais; o trabalho em contextos investigativos; a produção de conteúdo e informação; dentre outras. Em estudo posterior, Castro (2016) destaca também a vantagem de explorar as múltiplas representações, de forma dinâmica e interativa.

Ao realizar sua pesquisa de intervenção com estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental, Castro (2016) constatou que o uso de múltiplas representações (tabelas, gráficos, figuras etc.), ou seja, a utilização e a produção de tecnologias digitais para a construção de conceitos relacionados ao campo multiplicativo, em especial, às situações quaternárias - proporção simples, múltipla e dupla (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014; VERGNAUD, 1988), potencializa e contribui para o desenvolvimento cognitivo, entretanto, informa a existência de poucos Recursos Educacionais Digitais (RED) que possam ser utilizados com esta finalidade.

Ao considerar o potencial das múltiplas representações e as dificuldades conceituais que os estudantes do Ensino Fundamental apresentam diante da resolução de situações multiplicativas, foi desenvolvido o RED Ilha das operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions*. Sendo, portanto, o objetivo deste trabalho apresentar e detalhar seu processo de produção, bem como analisá-lo, considerando a interface com múltiplas representações e os elementos de gamificação presentes para a exploração do campo conceitual multiplicativo. O presente artigo trata-se de um trabalho expandido apresentado no V Congresso sobre Tecnologias na Educação (CASTRO et al, 2020).

Esse artigo está dividido em seis seções. A primeira, a introdução, na qual discutem-se problemas que justificam a produção do RED Ilha das operações, assim como sua relevância

para as escolas. As seções seguintes discutem, respectivamente, as Múltiplas Representações em RED gamificados e o campo conceitual multiplicativo, em especial, as relações quaternárias. Na sequência descreve-se o processo de desenvolvimento do RED, assim como a linguagem de programação utilizada. A quinta seção traz uma descrição detalhada do RED. Por fim, tem-se as considerações finais.

2. Gamificação em Recursos Educacionais Digitais

Segundo Churchill (2017), os recursos educacionais digitais (RED) são conteúdos multimídia, baseados em tecnologia, projetados especificamente para fins de Educação e treinamento. Tem como base, o foco na forma em como as pessoas aprendem com a utilidade de tais meios em suas atividades, e como tais recursos podem ser concebidos, desenvolvidos e geridos para esse fim específico. São ferramentas utilizadas para criar, através das atividades, experiências e oportunidades para que os estudantes possam construir, usar o conhecimento e, ao mesmo tempo, desenvolver Novos Letramentos e outras habilidades genéricas para participação do século 21.

Quando os RED são inseridos em sala de aula, as atividades que o compõem, buscam por meio de resoluções de problemas, envolver alunos e professores, no intuito de estabelecer a aprendizagem para o aluno e a compreensão para o professor, de como seus alunos interagem com os diversos recursos e como eles modificam suas relações com a aprendizagem.

Dentro desse contexto de compreensão sobre como as relações de aprendizagem se modificam, Tolomei (2017) relata que alguns pesquisadores perceberam que a utilização de certos elementos de games (jogos) fora do ambiente dos jogos estimula a motivação dos indivíduos, auxiliando na solução de problemas e promovendo a aprendizagem. A utilização desses elementos fora do contexto de jogo, denominou-se de gamificação que, segundo Fardo (2013, p. 2), “trata-se de um fenômeno emergente, que deriva da popularidade dos games e de suas capacidades intrínsecas de motivar a ação, resolver problemas e potencializar as aprendizagens nas diversas áreas do conhecimento e na vida dos indivíduos”.

Sendo assim, acredita-se que a gamificação passa a ser uma forte aliada para os que projetam e elaboram RED, pois conforme Tolomei (2017), o prazer e o engajamento podem estar associados à aprendizagem, em uma linguagem e comunicação compatíveis com a realidade atual.

Pesquisas (SILVA; SALES; CASTRO, 2019; CASTRO et al, 2020; TOLOMEI, 2017; WERBACH; HUNTER, 2012; DETERDING et al., 2011;) apontam que a gamificação em RED pode ser relevante, já que possuem a capacidade de envolver, engajar e motivar os estudantes, tornando as atividades educacionais mais atrativas, produtivas e eficientes.

No contexto da gamificação, se utiliza mecânicas de games para criar espaços de aprendizagem que exploram desafios (ALVES; MINHO; DINIZ, 2014). Werbach e Hunter (2012) classificam os elementos de jogos, como: dinâmicas, mecânicas e componentes; eles explicam ainda que estes elementos precisam estar relacionados, de modo a garantir uma interlocução entre elas. Um exemplo desta relação pode ser observado a partir da dinâmica de narrativa, que está integrada às mecânicas e componentes, como: a pontuação, os níveis, o ranking, as medalhas, as conquistas, os desafios e as missões (TOLOMEI, 2017).

De acordo com Costa e Marchiore (2016) a narrativa em um RED atua na percepção do usuário, favorecendo o engajamento. Contudo, este engajamento só será alcançado se a narrativa considerar aspectos lúdicos e sensoriais que ajudem o usuário a se envolver com o RED.

De uma forma geral os jogos digitais podem proporcionar desafios que instigam e geram interatividade e engajamento, despertando o interesse dos estudantes. Neste sentido, o RED Ilha das operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions* explora os elementos de gamificação e das múltiplas representações, como discutido na introdução, para favorecer o uso educacional. A seguir apresenta-se a teoria que fundamentou a elaboração do RED.

3. A proporcionalidade, o campo conceitual multiplicativo e as relações quaternárias

Os conceitos relacionados à proporcionalidade são fundamentais para a compreensão da Matemática de uma forma geral, pois são habilidades extremamente pertinentes nas práticas cotidianas da sociedade. Estas habilidades estão presentes em situações do dia a dia, como na preparação de uma receita; na comparação de preços de produtos com quantidades diferentes; na verificação do montante a ser recebido em relação às horas trabalhadas; na constatação dos quilômetros percorridos em uma viagem, baseado na velocidade e no tempo transcorrido; além de muitas outras situações.

Todas estas situações envolvem um conjunto de conceitos, o que requisita a compreensão conceitual dos sujeitos envolvidos. A Teoria dos Campos Conceituais de Gérard

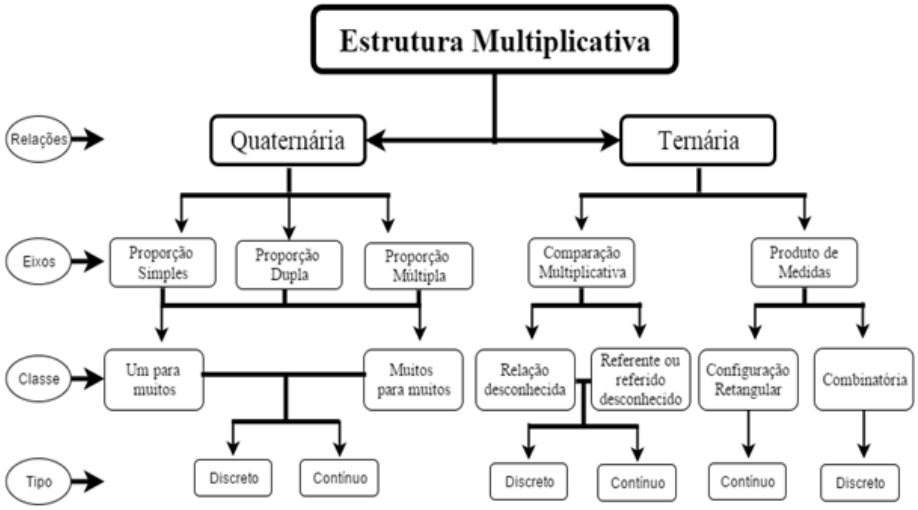
Vergnaud busca ampliar e direcionar para compreender o funcionamento cognitivo do *'sujeito-em-situação'*, por meio das estruturas gerais de pensamento, em contextos escolares (CASTRO, 2016).

De acordo com esta teoria, o desenvolvimento de um conceito requisita: um conjunto de situações que dão significado ao conceito; um conjunto de invariantes, que contemplam objetos, propriedades e relações necessárias para o domínio das situações; e um conjunto de representações que contribuem para relacionar as situações e os invariantes (VERGNAUD, 1988; 1990).

Vergnaud (1990) explica que um conceito não pode ser reduzido a uma definição, pois é por meio das situações que um conceito passa a ter sentido para o indivíduo. Logo, um conceito vai sendo desenvolvido à medida que se vivenciam situações diversificadas. Considerando os conceitos relacionados à proporcionalidade, explorados no RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions,* destaca-se o campo conceitual das Estruturas Multiplicativas.

Situações presentes nas Estruturas Multiplicativas envolvem operações aritméticas de multiplicação e de divisão, assim como noções multiplicativas, tais como: funções linear e não-linear, espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, proporção, combinação e outros). Todos estes conceitos podem ser classificados em relações, eixos, classes e tipo de grandeza envolvida (Figura 1).

Figura 1 - Esquema do Campo das Estruturas Multiplicativas



Fonte: Castro (2016, p. 59)

O RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions* tem suas situações contemplando as relações quaternárias, ou seja, situações que relacionam quatro termos, o que favoreceu a exploração de representações pictóricas e tabular, podendo proporcionar aos estudantes uma melhor compreensão das relações envolvidas (CASTRO, 2016).

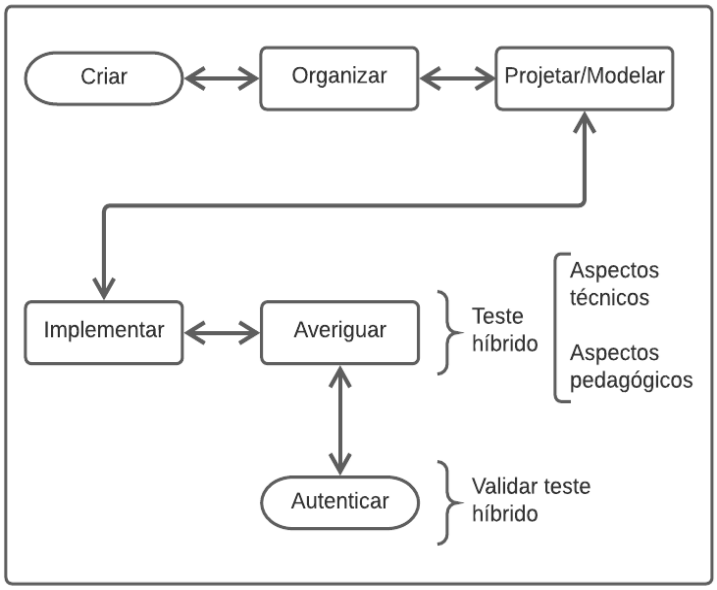
Os eixos trabalhados no referido RED são proporção simples e proporção múltipla, que requisitam para a sua resolução as operações de multiplicação, de divisão ou ambas as operações; a partir das classes um para muitos e muitos para muitos. Ressalta-se que o RED explora apenas grandezas discretas, ou seja, que podem ser contadas. A seguir apresenta-se os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa, que estão atrelados ao processo de desenvolvimento do RED.

4. Processo de Desenvolvimento do RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions*

O processo de desenvolvimento do RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions* contou com a participação de uma equipe multidisciplinar, composta por estudantes de graduação, professores da graduação e pós-graduação, além de profissionais das áreas de *design* e de programação, todos vinculados ao Grupo Mídias Digitais na Educação (MIDE). Tais profissionais foram subdivididos em duas equipes que foram denominadas de equipe pedagógica e de técnica.

A equipe pedagógica empenhou-se na criação dos contextos, das atividades, dos textos, das narrativas e da incorporação dos elementos de gamificação, além de definir os conceitos matemáticos e dos *feedbacks* de interação com o usuário. A equipe técnica, por sua vez, garantiu as proposições de elementos gráficos, sonoros, fluidez das interações, ferramentas de programação além dos testes. Todos, entretanto, formando um grupo coeso, no qual destaca-se grande integração entre as equipes como fator essencial durante as etapas de desenvolvimento. Para que houvesse organização e clareza na integração das tarefas desenvolvidas por ambas as equipes, o processo foi organizado em 6 etapas conforme apresentado na Figura 2.

Figura 2 - Processo de Desenvolvimento do RED Ilha das Operações



Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

A primeira etapa, consistiu na Criação ou Ideação. Nela são definidos aspectos relacionados às habilidades e competências de acordo com as diretrizes da BNCC, o conteúdo a ser trabalhado e os possíveis elementos de gamificação a serem inseridos. Durante essa etapa foram definidos os aspectos centrais do RED, tais como seus objetivos pedagógicos, competências e habilidades a serem contemplados e definição do público-alvo. Em relação aos aspectos da gamificação, o foco consistiu em analisar quais elementos dos jogos poderiam potencializar o interesse do usuário pela temática abordada, como por exemplo, a narrativa, os desafios propostos, as bonificações e os *feedbacks* instantâneos. Optou-se por inserir elementos de gamificação neste RED, a fim de proporcionar a conexão e o engajamento dos estudantes na execução da proposta de atividade apresentada.

A segunda etapa consistiu na organização relacionada à estruturação do RED, definindo aspectos referentes à representatividade, à contextualização e a seleção dos elementos de gamificação a serem incorporados no projeto de desenvolvimento.

Na terceira etapa, buscou-se projetar/modelar sequências de navegabilidade, elementos de interação e gamificação. Finalizada a terceira etapa, iniciou-se a etapa de implementação com o intuito de produzir um executável. Na etapa de implementação, três linguagens principais foram utilizadas, sendo estas: *HTML5* (marcação), *JavaScript* (programação) e *CSS* (estilo). Foi utilizado como *framework* para desenvolvimento o *AngularJS*, mais especificamente o modelo a*ngular-webpack-config*, que facilitou a programação ao dividi-la em estados bem definidos. Ainda com relação ao desenvolvimento, foi utilizado também o *SASS*, uma

linguagem que pré-processa o *CSS*, ajudando na organização do estilo e diminuindo o tamanho dos arquivos que eram modificados durante o desenvolvimento, ao passo que os reunia quando partiam para a produção. O tamanho do arquivo era algo importante para a equipe, visto que se pretende que este RED possa funcionar *online* e *offline*.

Na etapa seguinte, de averiguação, verificou-se a sequência de navegabilidade, os elementos de interação e se os objetivos definidos no início desse processo são atendidos. Nesta etapa foram também realizados testes híbridos. O objetivo destes testes era averiguar tanto aspectos de natureza técnica quanto pedagógica. Tais testes foram realizados por um profissional que não participou da concepção do recurso, mas com formação na área de matemática e conhecimento das técnicas de testes de interface.

Por fim, a etapa de autenticação que corresponde a etapa de validar. Esta etapa consiste em imprimir uma maior qualidade ao RED, pois nela busca-se verificar se os objetivos técnicos e pedagógicos, avaliados na etapa de averiguação, foram contemplados na versão executável do recurso.

É importante ressaltar, que as duas primeiras etapas (criar e organizar) foram de responsabilidade da equipe pedagógica. A etapa de projetar/modelar foi desenvolvida pelas duas equipes. A etapa de implementação foi realizada apenas pela equipe técnica. Por fim, as etapas de averiguação e autenticação foram desenvolvidas em conjunto por ambas as equipes. Isto porque, à medida que se identificava alguma inconsistência no recurso, de imediato era reportada a equipe técnica e ela já providenciava a solução. A seção 5 apresenta os aspectos pedagógicos do Ilha das Operações.

5. O RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions*

Tendo como público alvo estudantes do 4° ano do Ensino Fundamental ou estudantes de outros níveis que tenham dificuldades na resolução de situações do campo multiplicativo, o RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltipli*s e *Divisarions* pode ser classificado como um jogo, tendo potencial para ser usado dentro e fora da sala de aula, para resolução de exercícios e para avaliação diagnóstica. Este RED faz parte de uma série com outros dois RED: Ilha das operações: em busca das pedras *Somartius* e *Subtrartius* e Ilha das operações: *quantum comparare*; ambos para o 3° ano do Ensino Fundamental. Todos estes RED utilizam a metáfora de uma ilha associada a Teoria dos Campos Conceituais.

O RED conta com uma narrativa que explora o cenário de uma ilha imaginária, dividida em quatro partes ou territórios e uma montanha ao centro, que une os quatro territórios. No topo desta montanha se encontram quatro pedras fundamentais que representam os quatro povos que habitam a ilha e simbolizam o equilíbrio daquelas terras. A figura 3 mostra as características de cada um destes povos.

Figura 3 - Resumo da situação dos povos da Ilha das operações

Povo	NORTE	SUL	OESTE	LESTE
Situação	Em paz	Em paz	Conflitos	Conflitos
Ocupação	Pescadores	Construtores	Produtores de Frutas	Criadores de Animais
Cor	Azul	Amarelo/Marrom	Verde	Vermelho
Pedra	Somartius	Menostart	Multiplis	Divisarions
Status da pedra	Ativa	Ativa	Perdida	Perdida

Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

De acordo com a narrativa, depois de sérios desastres naturais, os povos do norte e do sul permaneceram cooperando entre si, mas o pavor de não sobreviver tomou conta dos habitantes do leste e do oeste, com isso, suas respectivas pedras perderam energia, chegando a desaparecer, o que desencadeou o processo de destruição da ilha. Contudo, o guardião das pedras, o grande Matemágico, estava confiante, pois conhecia uma antiga profecia, na qual haveria um salvador.

No RED Ilha das Operações o usuário é o salvador, sendo fundamental para restituir o equilíbrio da ilha. Ele precisa encontrar as pedras desaparecidas e colocá-las de volta no pico da montanha, antes que aconteça a destruição total da ilha. Para que essa missão seja possível, é imprescindível resolver cinco situações, apresentadas de forma linear. Cada uma delas está associada a um povo em conflito (multiplicação ou divisão) e a alguma necessidade na ilha. Antes de iniciar o desafio e à medida que vai resolvendo novos, o usuário ganha itens que serão usados na resolução das situações seguintes e que farão parte de seu inventário.

O RED promove o desenvolvimento de habilidades da BNCC da unidade temática Números, o que abrange a compreensão das operações e o desenvolvimento de diferentes estratégias, além da resolução de problemas com diferentes significados da multiplicação e da divisão (BRASIL, 2017), como pode ser observado no Quadro 1.

Quadro 1 - Habilidades do RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions*

Habilidades de Matemática
(EF04MA04) Utilizar as relações entre adição e subtração, bem como entre multiplicação e divisão, para ampliar as estratégias de cálculo.
(EF04MA05) Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo.
(EF04MA06) Resolver e elaborar problemas envolvendo diferentes significados da multiplicação (adição de parcelas iguais, organização retangular e proporcionalidade), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
(EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Fonte: Brasil (2017).

Cada uma das cinco situações/desafios do RED utiliza a ideia de proporcionalidade, com grandezas diretamente proporcionais, qual seja, situações com relações quaternárias, ou seja, envolvendo quatro termos (CASTRO 2016; VERGNAUD, 1988). Por este motivo, foi possível explorar representações textuais, icônicas e tabulares na interface de resolução das situações. Segundo Castro (2016), ao fazer relações entre estas três representações, o usuário pode perceber as relações funcionais e as relações escalares.

Apesar de todas as cinco situações explorarem a ideia de proporcionalidade, elas se diferenciam pelo nível de dificuldade, pelos eixos (proporção simples ou múltipla), pelas classes (um para muitos ou muitos para muitos), por possíveis operações mobilizadas (tipo) em sua resolução ou ainda pelas relações estabelecidas (quadro 2).

Quadro 2 - Resumo das situações exploradas no RED

Situação	**Eixo**	**Classes**	**Tipo**	**Relações**
Situação 1	Proporção simples	Um para muitos	Multiplicação	laranjas e aldeões
Situação 2	Proporção múltipla	Um para muitos	Multiplicação	caixote, caixa e laranjas
Situação 3	Proporção simples	Um para muitos	Divisão por partes	caixote e laranja

Situação 4	Proporção simples	Um para muitos	Divisão por cotas	cercado e cavalo
Situação 5	Proporção simples	Muitos para muitos	Multiplicação e divisão	cavalo e caixa

Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

As classificações do quadro 2 estão em conformidade com as discutidas por Castro (2016) e por Magina, Santos e Merlini (2014). Para maiores detalhes das situações e das possibilidades pedagógicas do RED, sugere-se que o professor explore o guia de orientações pedagógicas antes de utilizá-lo em sala de aula.

Ao resolver as situações propostas, o usuário vai recebendo itens que serão acrescentados ao seu inventário, dando acesso a novos desafios. Dentre os itens têm-se materiais como caixas, caixotes, cercados, que serão utilizados para auxiliar o usuário na resolução de situações seguintes; assim como o mapa com a localização das pedras e as pedras perdidas - *Múltiplis* ou *Divisarions*.

Destaca-se a interface para a resolução das situações como ambiente que pode ajudar no desenvolvimento conceitual, uma vez que utiliza das múltiplas representações - representação textual, icônica e tabular (CASTRO, 2016). Enfatiza-se ainda que os textos em azul referem-se às quantidades das grandezas envolvidas, variando a cada nova jogada, pois foram programados em intervalos randômicos, variáveis para cada desafio (Figura 4).

Figura 4 - Primeira situação dos desafios para conquistar a localização da pedra Múltiplis

Fonte: RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions*

A Figura 4 apresenta o primeiro desafio a ser resolvido pelo usuário. Neste desafio o usuário precisa interagir com as imagens ou com a tabela, de modo a perceber que se um aldeão colhe 50 laranjas, dois aldeões, com o mesmo ritmo de trabalho, colherão 100 laranjas, tendo-se uma relação de 50 laranjas por aldeão. Ao invés de interagir com as representações, o estudante pode optar por fazer a multiplicação: 6 aldeões x 50 laranjas/aldeão = 300 laranjas. A mediação do professor pode ser fundamental para a compreensão do operador funcional, ou seja, da relação usada para obter o produto.

Na segunda situação, o usuário continuará trabalhando com a temática das frutas, pois ainda está no contexto da tribo do leste, contudo tem o acréscimo de dois novos elementos (caixotes e caixas), no qual o usuário precisará entender as relações entre cada um dos elementos. Na situação da Figura 5 tem-se a relação: para cada caixote existem sete caixas e para cada caixa existem oito laranjas (Figura 5).

Figura 5 - Segunda situação dos desafios para conquistar a pedra *Múltiplis*

Fonte: RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions*

Para a resolução da situação da Figura 5, o usuário pode interagir com as representações icônicas e numéricas, com o objetivo de perceber as relações (CASTRO et al, 2020). Ao invés de interagir com as representações, o estudante pode optar por fazer as multiplicações: 7 caixas x 8 laranjas/caixa = 56 laranjas. Na sequência ele precisa também fazer a multiplicação: 3 caixotes x 7 caixas/caixote = 21 caixa. Por fim, tem-se: 21 caixas x 8 laranjas/caixa = 168 laranjas.

Na terceira situação o contexto das atividades muda a temática, de acordo com a narrativa do RED, de frutas para animais, uma vez que se sai do povo do leste (produtores de frutas - povo da multiplicação) para o povo do oeste (criadores de animais - povo da divisão).

Na figura 6 verifica-se que os elementos da situação envolvem cercados e cavalos, na qual um cercado comporta quatro cavalos. A partir da quantidade de cavalos se deseja descobrir a quantidade de cercados.

Figura 6 - Terceira situação dos desafios para conquistar a localização da pedra *Divisarions*

Fonte: RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions*

Para a resolução da situação da Figura 6, além da interação com a interface, o usuário poderá optar pela seguinte divisão: 148: 4 = 37. Note que esta operação considerou a mesma medida, o que utiliza o operador escalar para a realização da divisão, neste caso, divisão por partes (Figura 6). Outras estratégias de resolução podem surgir durante a interação com o RED, por isso, sugere-se que o professor incentive a socialização e a explicitação das estratégias dos estudantes.

A quarta situação envolve elementos dos dois povos: frutas e animais, como forma de favorecer a união entre os povos do leste e oeste. A Figura 7, abaixo, apresenta uma situação de divisão por cota, em que é evidenciado que três caixotes comportam oitenta e quatro laranjas e é solicitada a quantidade de laranjas há em um caixote.

Figura 7 - Quarta situação dos desafios para conquistar a pedra *Divisarions*

Fonte: RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions*

Uma forma de resolver a situação da Figura 7, é usuário poderá optar pela seguinte divisão: 84 : 3 = 28 laranjas.

O desafio final, ou seja, a quinta situação, envolve as operações de multiplicação e de divisão com relação muitos para muitos e pode ser considerada a situação mais difícil do RED (Figura 8).

Figura 8 - Quinta situação dos desafios para salvar a Ilha das Operações

Fonte: RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions*

Na Figura 8 tem-se 167 caixas para 4 cavalos. O usuário deve perceber que, neste caso, como a quantidade de caixas é 5 vezes maior (835/167 = 5), logo a quantidade de cavalos também deve ser 5 vezes maior (5 x 4 = 20 cavalos). Ainda que o usuário possa encontrar o resultado manipulando a quantidade de representações icônicas, o professor poderá mediar e questionar as relações envolvidas. Ao finalizar o desafio, o usuário consegue devolver as pedras em seus lugares de origem, estabelecer a paz entre os povos e restaurar o equilíbrio na Ilha das Operações.

O RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions* foi projetado e desenvolvido com o intuito de explorar as múltiplas representações e utilizar a gamificação como estratégia para engajar os estudantes, de modo a propiciar o desenvolvimento de conceitos do campo conceitual multiplicativo. Na sequência tem-se as considerações finais.

6. Considerações finais

Dificuldades com a Matemática e, em especial, com conceitos relacionadas às estruturas multiplicativas têm sido verificados nas escolas brasileiras. Parte destas dificuldades estão relacionadas com a forma como se trabalha a Matemática nas escolas: ênfase em modelos de aplicação de fórmulas e com destaque em exercícios práticos, desvinculados da realidade do estudante. Com o intuito de contribuir para amenizar estes problemas, o RED Ilha das Operações: em busca das pedras *Múltiplis* e *Divisarions* foi desenvolvido.

O RED Ilha das Operações busca conciliar um modo dinâmico e contextualizado, por meio do uso de interface com múltiplas representações, tais como: representações textuais, numéricas, icônicas e tabulares que facilitam a exploração e o entendimento, por parte dos alunos, de situações quaternárias de proporção simples e de proporção múltipla. Estas situações requisitam, para a sua resolução, de operações de multiplicação, de divisão ou ambas as operações; a partir das classes um para muitos e muitos para muitos. Ressalta-se que o RED explora apenas grandezas discretas, ou seja, que podem ser contadas.

Destaca-se ainda, no referido RED, o dinamismo proporcionado pelos elementos de gamificação, como narrativa, conquistas e *feedbacks* imediatos, que favorecem o engajamento do estudante através da ludicidade. O RED traz componentes desafiadores e bonificações. Sua contextualização, cheia de elementos imaginários, busca oferecer cenários e situações que estimulam a reflexão dos estudantes, além da compreensão conceitual por meio de uma interface interativa.

A metodologia de produção do RED considerou 6 etapas: [1] ideação; [2] organização; [3] modelagem; [4] implementação; [5] averiguação e [6] autenticação. Estas etapas foram imprescindíveis para a qualidade do RED produzido.

O RED Ilha das Operações está em processo de validação junto ao público-alvo. Esta validação conta com a aplicação do recurso com alunos do 4° ano do Ensino Fundamental e com professores que ensinam matemática. Espera-se que a utilização desse recurso em sala de aula auxilie professores e alunos a minimizar as dificuldades encontradas no ensino e na aprendizagem dos conceitos relacionados ao campo conceitual das estruturas multiplicativas.

7. Referências Bibliográficas

ALVES, Lynn Rosalina Gama; MINHO, Marcelle Rose da Silva; DINIZ, Marcelo Vera Cruz. Gamificação: diálogos com a educação. In Fadel, Luciane Maria et al. (Org.). **Gamificação na Educação.** São Paulo, Pimenta Cultural, 2014, p. 74-97.

BRASIL. **Relatório SAEB 2017.** Brasília, DF: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2019. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/informacao-da-publicacao/-/asset_publisher/6JYIsGMAMkW1/document/id/6730262 Acesso em: 05 mar. de 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, Brasília, DF, 2017. Disponível em: basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 24 mar. de 2019.

CASTRO, Juscileide Braga de. **Construção do conceito de covariação por estudantes do ensino fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais.** 2016. 275f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE, 2016.

CASTRO, Juscileide Braga de. **A utilização de objetos de aprendizagem para a construção e compreensão de gráficos estatísticos**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-CE, 2012.

CASTRO, Juscileide Braga de; FREITAS, Francisco Youri Miranda de; RUFINO, Lidya de Lima Monteiro; SOUSA, Joyce da Silva; SOUZA, Nathan; MEDEIROS, Márcia Duarte; SOUZA, Maria de Fátima; CASTRO FILHO, José Aires de. Ilha das Operações: Um Recurso Educacional Digital com Múltiplas Representações para a Compreensão do Campo Multiplicativo. In: CONGRESSO SOBRE TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO (CTRL+E), 5., 2020, Evento Online. **Anais** [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2020. p. 668-674. DOI: https://doi.org/10.5753/ctrle.2020.11448.

CHURCHILL, DanielL. **Digital Resources for Learning. Singapore**: Springer Nature Singapore, 2017.

COSTA, Amanda Cristina Santos; MARCHIORI, Patricia Zeni. Gamificação, elementos de jogos e estratégia: uma matriz de referência. **R. Ci. Inf. e Doc.**, Ribeirão Preto, v. 6, n. 2, p. 44-65, set. 2015/fev. 2016. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/incid/article/download/89912/103928/ Acesso em: 14 out. 2019.

DETERDING, S; DIXON, D; KHALEX, R; NACKE, L; **From Game Design Elements to Gamefulness**: Defining 'Gamification, MindTrek'11, ACM, September 2011, 2-4.

FARDO, Marcelo Luis. A gamificação aplicada em ambientes de aprendizagem. **Renote – Novas Tecnologias na Educação**, v. 11, nº 1, 2013. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/41629/26409 Acesso em: 5 nov. 2020.

MAGINA, Sandra P.; SANTOS, Aparecido; MERLINI, Vera L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

SILVA, João Batista da; SALES, Gilvandenys Leite; CASTRO, Juscileide Braga de. Gamificação como estratégia de aprendizagem ativa no ensino de Física. **Revista. Brasileira Ensino Física**, São Paulo , v. 41, n. 4, e20180309, 2019. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172019000400502&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 19 out. 2019.

TOLOMEI, Bianca Vargas. A Gamificação como Estratégia de Engajamento e Motivação na Educação. **EaD em Foco**, v. 7, n.2, p.145-156, 2017.

TYTLER, R.; PRAIN, V.; PETERSON, S. Representational issues in students learning about evaporation. **Research in Science Education**, v. 37, p. 313-331, 2007. Disponível em: <link.springer.com/article/10.1007%2Fs11165-006-9028-3>. Acesso em: 25 out. 2014.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative structures. In: HIEBERT, H.; BEHR, M. **Research Agenda in Mathematics Education**: number concepts and operations in the Middle Grades. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 141-161.

VERGNAUD, Gérard. La Théorie des Champs Conceptuels. **Researches en Didactique des Mathématiques**, v. 10, 1990. Disponível em: <http://rdm.penseesauvage.com/La-theorie-des-champs-conceptuels.html>. Acesso em: 5 out. 2014.

WERBACH, K.; HUNTER, D. **For the win**: how game thinking can revolutionize your business. Philadelphia: Wharton Digital Press, 2012.

Recebido em Dezembro 2020

Aprovado em Dezembro 2020