

***Software Modellus* como apoio na aprendizagem de Função Quadrática**

Silvana Costa Silva¹

Flaviana dos Santos Silva²

Zulma Elizabete de Freitas Madruga³

RESUMO

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa de mestrado, (Silva, 2018), que teve como objetivo analisar as possíveis contribuições do *software* Modellus para o estudo de Função Quadrática. A pesquisa é de natureza qualitativa intervencionista, fundamentada nas concepções de Borba (2001) no que se refere ao conceito *seres-humanos-com-mídias*, e na espiral de aprendizagem apresentada por Valente (2005), e foi realizada no período de 2016 e 2017. Os sujeitos colaboradores deste estudo foram 30 alunos de um curso Técnico Integrado ao Médio de uma Escola Federal do município de Vitória da Conquista/BA. A coleta de dados ocorreu por meio de um questionário e a aplicação de um roteiro de atividade subdividido em duas partes, aplicados durante a intervenção. Na análise dos dados coletados, destaca-se, uma categoria oriunda dos dados emergentes que mostraram elementos influentes no estudo da Função Quadrática. Essa categoria apresenta duas subcategorias: influência do parâmetro c , apresentada pelo modelo algébrico e influência do parâmetro k . Os resultados evidenciaram que o *software* Modellus permitiu aos alunos estudarem elementos pertinentes na constituição do objeto matemático em estudo de maneira mais dinâmica, corroborando para que eles se posicionassem enquanto indivíduos atuantes nesse processo de aprendizagem.

Palavras-chave: Ensino de Matemática, Função Quadrática, *Software* Modellus.

1. Introdução

A proposta de utilização das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) em sala de aula de Matemática vem sendo discutida em pesquisas como em Postal, Haetinger e Schossler (2011), que utilizaram o *software* Graphmatica para representar graficamente modelos matemáticos relacionados à função afim; Nascimento

¹ Mestra em Educação Matemática-. Instituto Federal da Bahia – IFBA -Vitória da Conquista/BA

² Doutora em Educação –Currículo- Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC -Ilhéus/ BA

³ Doutora em Educação em Ciências e Matemática - Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC - Ilhéus/BA

(2007), que utilizou a construção de simulações computacionais por meio do *software* Modellus para estudar o conceito de função; e em Melo (2016), que utilizou o *software* GeoGebra para investigar suas contribuições no ensino e na aprendizagem das funções trigonométricas seno e cosseno.

Nas pesquisas citadas, essas tecnologias aparecem como um suporte para ampliar os conhecimentos de um dado conteúdo matemático, mais especificamente as funções, corroborando com Valente (1999, p. 89) ao afirmar que “o computador pode ser um importante recurso para promover a passagem da informação ao usuário ou facilitar o processo de construção de conhecimento”. Nessa direção, o uso de *softwares* em aulas de Matemática caracteriza-se como recursos importantes por possibilitarem espaços escolares mais dinâmicos e atrativos, tanto para alunos quanto para professores, despertando maior interesse e motivação.

Na busca por promover a aprendizagem do conteúdo de Função Quadrática tendo como suporte nas TDIC, foi escolhido o *software* Modellus⁴, por oferecer diferentes representações que possibilitam investigar uma dada situação. Oliveira e Araújo (2010) ressaltam que essas representações se estabelecem em forma de linguagens (natural, numérica, gráfica, algébrica e figural) que possibilitam ao aluno obter entendimento sobre o objeto matemático estudado, por meio da conexão entre elas.

No intuito de verificar se estas representações podem auxiliar a aprendizagem de Matemática, este artigo tem como objetivo analisar as possíveis contribuições do *software* Modellus para o estudo de Função Quadrática. Para isso apresenta-se na sequência o embasamento teórico desta pesquisa, tendo por base as concepções de Borba (2001), no que se refere a *seres-humanos-com-mídias*, e na espiral de aprendizagem apresentada por Valente (2005). Além disso, na sequência, explicita-se a metodologia adotada – qualitativa intervencionista – e os resultados alcançados. Ao final, apresentam-se as considerações sobre o estudo apresentado.

⁴ O Modellus é um *software* gratuito criado por Vitor Duarte Teodoro, da Universidade Nova de Lisboa, com a colaboração de João Paulo Duque Vieira e Filipe Costa Clérigo. Outras versões foram desenvolvidas, em associação com colaboradores, e publicado em vários idiomas.

2. Embasamento Teórico

Uma das características a ser ressaltada ao utilizar as TDIC com fins educativos é que os estudantes têm oportunidade, de acordo com Valente (2005), de explorar características típicas dele que contribuem para externar seu pensamento de maneira mais “formal e precisa”. Com isso, o acesso ao computador na Educação pode proporcionar mudanças não somente na forma de pensar do aluno, reorganizando seu raciocínio pela sua interação com a tecnologia, mas também na forma de agir dos professores, uma vez que pode provocar mudanças no processo cognitivo.

Nessa perspectiva, Valente (2005) propõe um ciclo de ações, denominado espiral de aprendizagem, o qual permite compreender os atributos oferecidos pelos *softwares* enquanto ferramentas no processo de construção do conhecimento e na interação entre indivíduo e computador.

Essa espiral perpassa pelas fases do ciclo *descrição-execução-reflexão-depuração*, em que a primeira começa quando o aluno descreve a solução de um problema no *software*. Esse, por conseguinte, **executa-o**, possibilitando ao aluno **refletir** sobre as informações obtidas. Após reflexão, o aluno pode **depurar** o que foi produzido, ou seja, analisar o que foi feito, a fim de encontrar possíveis erros, e pensar em possíveis alterações a serem feitas.

Com a finalidade de fomentar os debates a respeito das contribuições das TDIC em situações didáticas para a construção e significação do conhecimento, utiliza-se também neste contexto o conceito *seres-humanos-com-mídias*⁵, proposto por Borba (2001) para justificar a intrínseca relação entre o aprendiz, no caso, o aluno, e o computador, compondo uma unidade na construção e organização do conhecimento.

Para o engajamento dos alunos com atividades didáticas em um ambiente computacional, o *software* Modellus se justifica por permitir ao usuário descrever situações do mundo real, quando inserido em sua plataforma um modelo algébrico. Teodoro (2002) afirma que a característica principal do Modellus é possibilitar ao usuário construir diferentes representações e articulá-las, isso é possibilitado pelas diversas janelas que esse software possui, constituindo em diferentes possibilidades de investigar um objeto matemático.

⁵ Mídias são entendidas aqui na perspectiva apresentada por Villarreal e Borba (2009, p. 49), “como qualquer tipo de ferramenta, dispositivo, equipamento, instrumento, artefato ou material como resultado de desenvolvimentos tecnológicos”.

A par disso, o Modellus é um *software* interativo que possibilita não apenas criar e explorar um modelo que represente uma situação-problema, como também rever a simulação desse fenômeno quantas vezes for necessário e/ou quiser, possibilitando a participação ativa dos alunos em seu aprendizado e estabelecendo que o ciclo de ações se concretize na medida em que ampliam suas capacidades de *reflexão e depuração*.

Dentre as potencialidades no enfoque educacional, entende-se que o *software* Modellus caracteriza-se como uma ferramenta valiosa de aprendizagem, tanto em Matemática quanto em Ciências (mais especificamente as Naturais), visto que possibilita investigar muitos conceitos científicos, provocando, assim, mudança no paradigma tradicional de Educação.

3. Metodologia

A pesquisa desenvolvida foi caracterizada como qualitativa e intervencionista, uma vez que foram planejadas atividades que visaram melhorar o processo de aprendizagem da Matemática dos alunos do 1º ano do Ensino Técnico Integrado ao Médio, no tocante à Função Quadrática.

Segundo Ramos, Losekann e Wizniewski (2008, p. 582), a pesquisa qualitativa “responde a questões muito particulares e se preocupa com um nível de realidade que não pode ser somente quantificado; ela explora um universo de conhecimentos, significações, crenças, experiências e atitudes”.

Pode-se considerá-la ainda como intervencionista, pois conforme Damiani et al. (2013, p. 58), a palavra intervenção, na área de Educação, está relacionada a “investigações que envolvem o planejamento e a implementação de interferências (mudanças, inovações) – destinadas a produzir avanços, melhorias, nos processos de aprendizagem dos sujeitos que delas participam – e a posterior avaliação dos efeitos dessas interferências”.

O local de realização desta pesquisa foi uma escola da Rede Federal de ensino situada no interior da Bahia, no município de Vitória da Conquista. Participaram desta investigação 30 alunos⁶ do 1º ano do Ensino Médio com idades na faixa etária entre 14

⁶ Todos os estudantes assinaram Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE). De maneira que os pais ou responsáveis estivessem cientes e autorizassem a participação na pesquisa, esses assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).

e 19 anos de idade, sendo 20 meninas e 10 meninos. Para análise, os alunos foram denominados de A1, A2, A3, ..., A30.

Para esse recorte, destaca-se quatro encontros de 100 minutos cada, os quais foram áudio-gravados e acompanhados de um diário de campo. Nesses encontros, os alunos desenvolveram atividades dispostas em um roteiro de atividade, a fim de investigar alguns aspectos importantes da Função Quadrática, individualmente. A partir desse roteiro foi possível evidenciar uma categoria de análise denominada *elementos influentes no estudo da Função Quadrática*, subdividida em outras duas.

Para o desenvolvimento dessas atividades, os participantes foram encaminhados para uma das salas de informática com a finalidade de investigarem dois modelos algébricos: $y = -x^2 + c$ e $y = (x - k)^2$, cada um composto de sete questões. Por fim, os alunos responderam individualmente um questionário que teve por objetivo identificar contribuições e dificuldades encontradas na utilização do *software* no estudo da Função Quadrática.

Nos itens a seguir serão apresentadas implicações preliminares sobre a integração do *software* Modellus para promover a aprendizagem do objeto matemático em questão.

4. Análise e Discussão dos Dados

Nessa seção, apresenta-se a análise dos dados por meio de uma categoria respaldada em evidências que se destacaram no material coletado no Roteiro de atividade.

4.1 Elementos influentes no estudo da Função Quadrática

Conforme anunciado anteriormente, esta categoria está dividida em duas subcategorias (Influência dos Parâmetros c e k) no estudo da Função Quadrática [modelos algébricos $y = -x^2 + c$ e $y = (x - k)^2$] que serão apresentadas na sequência.

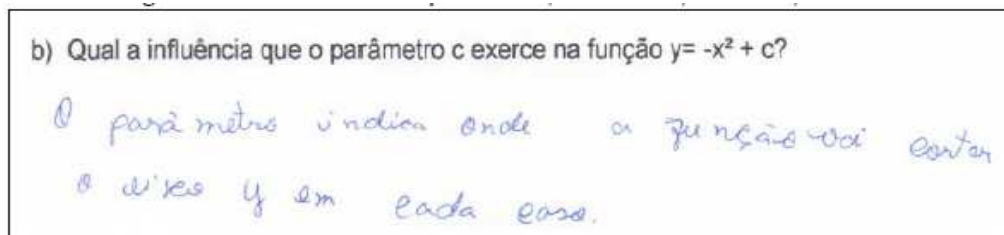
4.1.1 Influência do parâmetro c

Essa subcategoria emergiu a partir das repostas dos alunos na Parte A do Roteiro 2. Essa foi consolidada mediante vestígios de contribuição no estudo da Função Quadrática, influenciadas pelo parâmetro c dos modelos algébricos $y = -x^2 + c$.

A partir das repostas dos alunos na Parte A do Roteiro 2, foi possível verificar que a influência do parâmetro c mais destacada pelos alunos, foi na questão b, dez deles identificaram que c coincide com o valor em que a parábola intercepta o eixo y ,

conforme ilustra a Figura 1. Seis alunos afirmaram que esse parâmetro condiz com o deslocamento gráfico, conforme exemplifica a Figura 2.

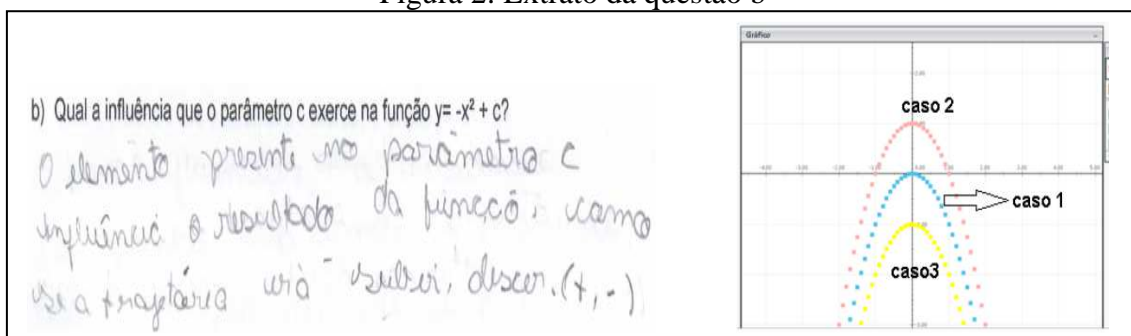
Figura 1: Extrato da questão b, Roteiro de Atividade



Fonte: Dados da pesquisa

A resposta explanada pela Figura 1 evidencia que houve aprendizagem, uma vez que, nesse momento, ainda não havia tido o ensino formal do objeto matemático em questão. A Figura 2, na sequência, mostra a representação do deslocamento gráfico, requerido na questão b, no *software* Modellus.

Figura 2: Extrato da questão b



Fonte: Dados da pesquisa

No extrato da Figura 2, observa-se uma relação com o deslocamento vertical ao tratar o parâmetro c como elemento determinante para que o gráfico da função suba ou desça. Isso é perceptível quando a aluna destaca os sinais de positivo (+) e negativo (-) ao final da explicação.

Os extratos apresentados demonstram a construção de conhecimentos, relativos à Função Quadrática, em que o conceito *seres-humanos-com-mídias*, apresentado por Borba (2001), desponta pela interatividade do aluno com o computador.

Sobre o ponto de máximo, pretendido na questão c, todos os 30 alunos responderam que as funções apresentam pontos máximos, mas somente um aluno relacionou-o com o valor do coeficiente a das funções, conforme ilustra a Figura 3.

Figura 3: Extrato da questão c

c) Diga, em cada caso, se o gráfico da função apresenta ponto de máximo ou de mínimo. Por quê? Indique-o em cada caso:

No caso 1 = o ponto máximo é 0. Toda parábola tem ponto máximo, pois
 No caso 2 = o ponto máximo é 1. o coeficiente a é negativo, logo
 No caso 3 = o ponto máximo é -3. a concavidade é para baixo

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se que esse aluno vinculou a resposta dada ao sinal negativo do parâmetro a , atrelando-o ao sentido da concavidade (abertura para baixo), estabelecendo uma relação entre as representações algébrica e gráfica, atingindo o objetivo pretendido pela questão, corroborando com Teodoro (2002).

Na questão d, 18 alunos demonstraram entender que c , no caso específico, coincide com o ponto de máximo da função, como mostra a Figura 4.

Figura 4: Extrato da questão d

d) O que se pode notar comparando o item anterior com sua respectiva função?

O valor $P_{\text{máximo}}$ vai variar de acordo com o valor de c .

Fonte: Dados da pesquisa.

No extrato da Figura 4, observa-se que, pelo fato do coeficiente b valer zero, o coeficiente c acaba determinando o ponto de máximo da função.

Dez alunos relacionaram, de alguma forma, as funções a valores mínimos também; e desses, sete afirmaram existir pontos de mínimo, como mostra a Figura 5.

Figura 5: Extrato da questão c

c) Diga, em cada caso, se o gráfico da função apresenta ponto de máximo ou de mínimo. Por quê? Indique-o em cada caso:

Sim, pois colocamos $P_{\text{máx}}$ e $P_{\text{mín}}$ na mesma unidade (10 e -10)

Caso 1: Máx: 10.00 113: Máx: -1.00
 Min: -100.00 Min: -101.00

Fonte: Dados da pesquisa

A resposta explicitada no extrato da Figura 5, deixa nítido que o aluno atrelou o entendimento de existência de valores máximos e mínimos para y aos valores máximo e mínimo no domínio da função, requeridos na aba “variável independente” no Modellus. Essa condição do *software* deu margem a essa constatação. Esse pode ser considerado

como um fator limitante do Modellus por proporcionar evidências ambíguas devido a nomenclatura utilizada.

O ciclo de ações, proposto por Valente (2005), bem como a espiral de aprendizagem, se faz presente no momento em que os alunos, diante de respostas como as do extrato da Figura 5, são requeridos a *refletir* sobre os modelos algébricos *descritos* no *software*.

4.1.2 Influência do parâmetro k

Essa subcategoria surgiu a partir das repostas dos alunos na Parte B do Roteiro de Atividades. Essa foi consolidada mediante vestígios de contribuição no estudo da Função Quadrática, influenciadas pelo parâmetro k dos modelo algébrico $y = (x - k)^2$.

O aspecto destacado pelos alunos, no que tange a k , foi a sua relação com o ponto em que a parábola intercepta o eixo x , tanto na questão c quanto na questão a, observadas na Figura 6.

Figura 6: Extrato da questão c

c) Qual influência que k exerce na função $y = (x - k)^2$? O que ele representa na função?
 Ele representa onde o gráfico corta o eixo (x) .
 No caso ele é o zero da função.

Fonte: Dados da pesquisa.

Somente um aluno transpareceu entender que k influencia no deslocamento horizontal, evidenciado na Figura 7. Entende-se que ao responder que o gráfico foi para a direita ou para a esquerda, esteja se referindo ao deslocamento no eixo horizontal, ocasionado pela interferência do valor de k , atingindo o objetivo pretendido na questão.

Figura 7: Extrato da questão c

c) Qual influência que k exerce na função $y = (x - k)^2$? O que ele representa na função?
 Quando o k for negativo o gráfico foi p/ a direita.
 e quando o k for positivo o gráfico foi p/ a esquerda.

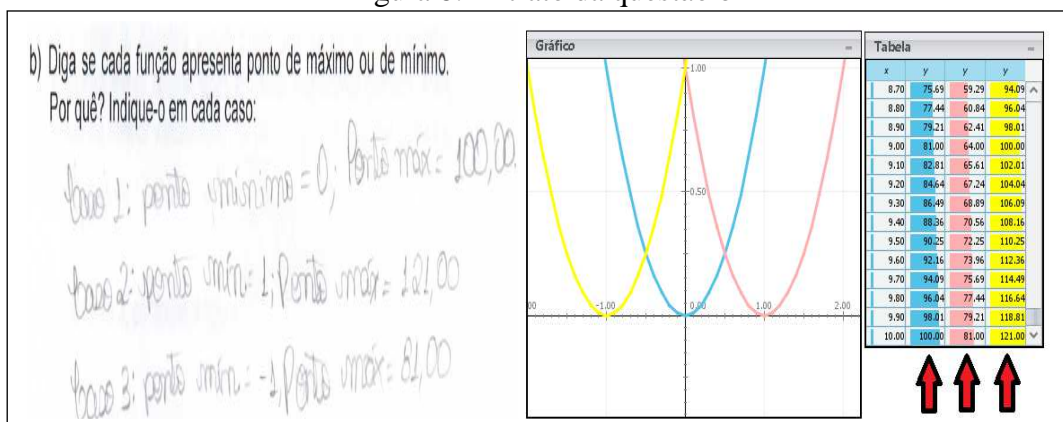
Fonte: Dados da pesquisa.

Esses extratos também evidenciam o conceito *seres-humanos-com-mídias* (BORBA, 2001), em que o aluno e o computador compuseram uma unidade de construção do conhecimento.

Sete alunos consideraram que as funções possuem pontos de mínimo e também de máximo, verificado no extrato da Figura 8. Essa ocorrência deve-se ao fato de que o
 Revista Tecnologias na Educação – Ano 10 – Número/Vol.25 –Julho 2018
 tecnologiasnaeducacao.pro - tecedu.pro.br

Modellus limita um valor máximo e um valor mínimo para a variável independente x , já mencionado na seção anterior.

Figura 8: Extrato da questão b

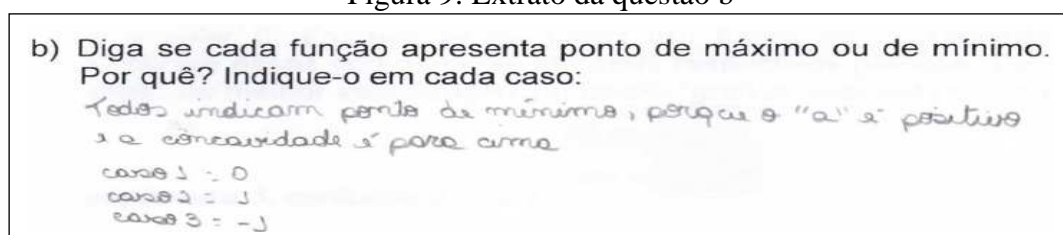


Fonte: Dados da pesquisa.

Com o intuito de fomentar a aprendizagem, é importante que o aluno perceba a articulação entre as diversas representações disponibilizadas pelo *software*. E sobre isso, Teodoro (2002) afirma que a principal característica do Modellus é viabilizar ao usuário a construção de diferentes representações (modelos) para uma mesma situação investigada e transitar entre elas, o que não foi efetivado pelo aluno a fim de confirmar ou não sua constatação.

Cinco alunos inferiram que as funções possuem ponto de mínimo porque a concavidade da parábola estava com a abertura voltada para cima, ou que o parâmetro a era positivo, que era o propósito da questão b), conforme explana a Figura 9.

Figura 9: Extrato da questão b



Fonte: Dados da pesquisa.

Valente (2005) ressalta que, ao utilizar o computador com fins educativos, os alunos têm oportunidade de explorar características típicas dele que contribuam para externar seu pensamento de maneira mais “formal e precisa”.

5. Conclusões e/ou Propostas

Este artigo teve como objetivo analisar as possíveis contribuições do *software* Modellus para o estudo de Função Quadrática. Para tanto os alunos foram mobilizados a avistar uma possibilidade de aprender um conteúdo matemático por meio do apoio de uma ferramenta computacional.

No que tange à postura da professora, utilizar uma intervenção apoiada por um *software* educacional em sala de aula foi importante, pois oportunizou uma reflexão a respeito das relações interpessoais com seus alunos, viabilizando espaços de participação ativa e diálogo no processo de construção do conhecimento.

Uma das dificuldades encontradas pelos estudantes foi no manuseio do *software*. A pesquisa mostra, por meio do questionário aplicado aos alunos, que as possibilidades de investigar diversos casos nas janelas Modelo Matemático, Gráfico e Tabela foram complicadores pela falta de experiência deles com o Modellus. No entanto, apesar dessa dificuldade, os alunos consideraram as diversas representações existentes nele, destacadas no questionário, como ponto positivo, e ferramenta importante por dar condições de investigar o modelo em suas diferentes formas.

Considera-se que conhecer o *software* Modellus de antemão, tanto por parte dos alunos quanto do professor, é importante, se não em todo o seu conjunto mas aqueles recursos essenciais para a sua exploração, pois assim podem ser minimizadas as dificuldades mencionadas.

Os alunos exploraram as diferentes representações que o Modellus oferece colaborando com o processo de aprendizagem, tornando-o mais atrativo para eles. A utilização do *software* foi relevante, pois possibilitou aos alunos interpretar e verificarem os resultados proporcionados por ele, mais difícil com os recursos somente do papel e lápis, pois não tem o mesmo retorno que o *software* oferece.

Não que o recurso do papel e lápis impossibilite obter resultados satisfatórios, mas o *software* concede um *feedback* imediato ao usuário. A facilidade desperta mais interesse e motivação nos alunos pelo aprendizado. Nessa direção, o uso do *software* Modellus contribuiu para o processo de aprendizagem da Função Quadrática, ao possibilitar que os alunos construíssem o conhecimento sobre esse objeto matemático de maneira mais dinâmica.

6. Referências Bibliográficas

BORBA, Marcelo de Carvalho. **Coletivo seres-humanos-com-mídias e a produção de Matemática**. I SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2001. Disponível em: <
http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba_coletivos-seres-humanos-com-midias.pdf> Acesso em: 24 jan. 2017.

DAMIANI, Magda F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação**, n. 45, p. 57–67, maio/ago. 2013.

MELO, Enaldo Vieira de. **Ensino-Aprendizagem de funções trigonométricas através do software geogebra aliado à modelagem matemática**. 2016. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, AL.

NASCIMENTO, Ross Alves do. **Modelagem matemática com simulação computacional na aprendizagem de funções**. 2007. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE.

OLIVEIRA, Bruno Kerber de; ARAÚJO, Ednei Leite de. **ModelluS: Uma ferramenta computacional para modelagem matemática**. XVI ENCONTRO REGIONAL DE ESTUDANTES DE MATEMÁTICA DO SUL. Porto Alegre, 2010.

POSTAL, Rosane Fátima; HAETINGER, Claus; DILLIUS, Maria Madalena; SCHOSSLER, Daniela Cristina. Atividade de modelagem matemática visando-se a uma aprendizagem significativa de funções afins, fazendo uso do computador como ferramenta de ensino. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**. v.4, n.1, p.153-173, 2011.

RAMOS, Vagner Guimarães; LOSEKANN, Marilse Beatriz; WIZNIEWSKI, Carmen Rejane Flores. **Educação rural e desenvolvimento sustentável: uma experiência a partir do ensino da geografia na escola estadual de ensino fundamental Nossa Senhora Aparecida, Júlio de Castilho, RS**. 4º ENCONTRO NACIONAL DE GRUPOS DE PESQUISA – ENGRUP, São Paulo, p. 574-592, 2008.

TEODORO, Vitor Duarte. **Modellus: learning physics with mathematical modelling**. 2002. Dissertação (Doutorado em Ciências da Educação) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa.

VALENTE, José Armando. Análise dos diferentes tipos de softwares usados na educação. In: VALENTE, José Armando (Org.). **O computador na sociedade de conhecimento**. Campinas, SP: Unicamp/Nied, 1999.

_____. **A espiral da espiral de aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação**. Tese (Livre-Docência) - Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas, SP, 2005.

Revista Tecnologias na Educação – Ano 10 – Número/Vol.25 –Julho 2018
 tecnologiasnaeducacao.pro - tecedu.pro.br

VILLARREAL, Mónica E.; BORBA, Marcelo C. Collectives of humans-with-media in mathematics education: notebooks, blackboards, calculators, computers and ... notebooks throughout 100 years of ICMI. **ZDM - International Journal on Mathematics Education**, v. 42, n. 1, p. 49-62, 2009. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/71562>>. Acesso em: 7 fev. 2017.

Recebido em abril 2018

Aprovado em junho 2018