

ESTUDO DE FUNÇÃO AFIM UTILIZANDO O *SOFTWARE* GEOGEBRA COMO FERRAMENTA INTERATIVA

Thiago Beirigo Lopes¹

Ademir Brandão da Costa²

Ritianne de Fátima Silva de Oliveira³

Resumo

A utilização das tecnologias tem possibilitado aos professores de Matemática inúmeras possibilidades didáticas com o intuito de favorecer a aprendizagem de conceitos Matemáticos de forma mais eficiente e prazerosa. Esse trabalho apresenta possibilidades didáticas para o ensino de função afim com o auxílio do *software* livre GeoGebra. Pois, no contexto tecnológico atual não se pode permitir que as aulas sejam as mesmas ministradas há décadas atrás. Porém ainda hoje, na educação básica, é comum verificarmos a construção de gráficos como objeto de ensino que parece estático e não suscetíveis à interação dinâmica de seus coeficientes, ao invés de serem trabalhadas como atividade para analisar o comportamento do gráfico das funções. Com o subsídio do GeoGebra, após toda explicação teórica sobre a função afim, pretendemos verificar a eficiência do estudos dos coeficientes de funções afim, assim como analisar a aceitação dos alunos quanto à mudança de ambiente e estratégia. Assim propomos atividades a serem executadas com valor cognitivo expressivo, sendo experimentado com 29 alunos do 1º ano médio-técnico em agropecuária do Instituto Federal de Mato Grosso – *Campus* Confresa. Onde conseguimos ter resultados imediatos como a participação na aula, entendimento sobre os coeficientes e discussões durante as atividades.

Palavras-chave: Ensino de matemática. GeoGebra. Função afim.

Introdução

Atualmente não se pode admitir um ensino⁴ de matemática embasado somente na memorização de conceitos axiomáticos ou em mera reprodução de exemplos

¹ Mestre em Matemática. Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT).

² Especialista em Metodologia de Ensino de Matemática e Física. Secretaria Executiva de Educação do Estado do Pará (SEDU-PA).

³ Especialista em Educação em Ciências e Matemática. Secretaria Municipal de Educação de Canaã dos Carajás/PA (SEMED-CC).

estabelecidos. Tendo-se que aguçar a curiosidade do aluno de modo que se estabeleça relações cognitivas entre o conteúdo que é ensinado e como o conhecimento sobre esse conteúdo é estabelecido intelectualmente. Podendo ser um conteúdo onde se procura a resposta que o professor deseja e exige do aluno, duramente criticado por Kamii (2012), ou um conteúdo que possa ter sua utilidade explorada em aplicações presentes e futuras no cotidiano.

Especificamente no ensino de funções afim, é comum não mostrarmos a dinamicidade dos gráficos conforme as variações dos seus coeficientes, tornando o ensino de funções algo puramente abstrato e sem interatividade. Desse modo, teremos alunos que reconhecem o coeficiente angular de uma função afim, que é dado pelo termo a na expressão $f(x) = a \cdot x + b$, no entanto não conseguem fazer relação com um modelo matemático de uma corrida de táxi onde há a bandeirada que é um valor fixo e o valor pago conforme a distância percorrida.

Conforme acontece a evolução tecnológica, a sociedade tem a necessidade de aprimoramento das habilidades para utilização e renovação de equipamentos tecnológicos. A constituição de competências e habilidades tecnológicas é fundamental na integralização dos conhecimentos e das experiências, podendo nessa vertente produzir equipamentos com elevada capacidade produtiva e com baixo custo operacional. Necessitando-se então de mão de obra qualificada apropriadamente para operar esses equipamentos.

Nota-se cada vez mais a necessidade do uso das Tecnologias e Informação e Comunicação (TIC) na prática do professor (KENSKI, 2003). No momento atual, a quantidade e variedade de eletrônicos, redes sociais e outros que inundam os alunos de informações e sensações, a escola se manteve estancada quanto à sua renovação e reinvenção diante dessa realidade. Além de se manter estancada, temos o agravante da resistência em relação à essas tecnologias, tendo caso de leis federais, estaduais e municipais que proíbem os alunos de adentrar nas dependências das instituições de ensino portando seu aparelho eletrônico pessoal. Com essas atitudes, a escola passa a

⁴ Em todo o texto evitamos utilizar o termo dicotômico ensino-aprendizagem, pois acreditamos que não há ensino sem aprendizagem, ou seja, não se cabe desassociar a aprendizagem como resultada do ensino. Acreditamos que se não houve aprendizagem, então consequentemente não houve ensino. Já a recíproca não é válida, pois pode haver aprendizado sem haver tido o ensino.

impressão de que prefere fechar suas portas às inovações tecnológicas do que incorporar essas tecnologias em suas práticas de ensino (D'AMBROSIO, 1997).

Um dos maiores obstáculos a serem transpassados é o conservadorismo de alguns professores que possuem resistem à uma intervenção pedagógica baseada na utilização das TIC em sala de aula. Fazendo um arremate sobre o aprimoramento tecnológico no ensino, segundo D'Ambrósio (2015), temos uma escola analógica em uma era altamente digital, resistente até com o uso de calculadoras como instrumento pedagógico.

Defende-se neste trabalho, a importância do uso das TIC para dinamização das aulas de função afim de modo que se obtenha conhecimentos para que o professor e o aluno se desenvolvam com auxílio dos artefatos tecnológicos gratuitos existentes. Tendo como estudo principal o desempenho e a aceitação dos alunos .

Embasamento teórico

A aula pode não se tornar atrativa para o aluno, isso quase sempre, devido à metodologia inadequada utilizada pelo professor em sala de aula. Acabar com a curiosidade do aluno dando-lhe respostas definitivas, antes mesmo de dar espaço para questionar sobre o assunto que está sendo estudado é um dos motivos que leva ao desinteresse por parte do aluno e frustração ao professor (D'AMBROSIO, 1997). O constante uso de métodos que induzem o aluno a investigar, também pode diminuir casos de indisciplina durante as aulas, pois se a aula é atrativa, o mesmo sente-se motivado para a aprendizagem (JESUS, 2008).

O ato de incentivar a curiosidade e motivação nos alunos não é uma tarefa fácil de ser executada com sucesso. De acordo com Balancho e Coelho (2001), podemos motivar os alunos quando apresentamos as atividades escolares de ensino como atividades ou experiências interessantes ao aluno. Para tal, é necessário cativá-los para as aulas de Matemática.

Uma das principais dificuldades encaradas pelos professores de matemática da Educação Básica, em especial do Ensino Médio, é propor atividades que sejam atrativas para os alunos e, ao mesmo tempo, não desviem das competências fundamentais específicas de cada série (SOUSA, 2014). Com a intenção de abarcar essa expectativa no ensino das funções afim, esse trabalho se configura como um relato de experiência

realizado a partir da modelagem matemática da função afim e aplicação do *software* GeoGebra para estudo da variação de seus coeficientes a e b , sendo, consecutivamente, o coeficiente angular e coeficiente linear. Definindo uma função afim, temos que a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem números reais a, b , tais que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$. Onde, se $a \neq 0$ temos a função chamamos também de função do primeiro grau, ou se $a = 0$ temos a função que também chamamos de função constante. Portanto, o objetivo principal desse trabalho é encontrar meios para a melhoria da aprendizagem sobre a função supracitada.

A curiosidade faz com que dos alunos possam se surpreender e tornar mais proveitoso do que levar funções e pedir simplesmente que observem seus gráficos (SILVA, 2015). O desafio maior está em fazer com que se faça uso desses recursos como facilitador da aprendizagem, pois tanto professores como alunos costumemente usam esses recursos somente para jogos, redes sociais e entretenimento sem fins educativos.

Os aparelhos eletrônicos são instrumentos diários dos alunos e, por consequência, são ferramentas que sabem manusear naturalmente. A questão que se acolhe é: ‘Porque não utilizamos em sala de aula essas ferramentas com as quais os nossos alunos sabem trabalhar com tanta intimidade?’.

Introduzir essas ferramentas em sala de aula poderá ser um fator motivante para os alunos permanecerem suficientemente interessados para participarem das aulas de Matemática sobre funções afins. As TIC também proporcionam estímulos visuais que esquematizam e favorecem uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos. Na construção dos gráficos das funções afins, o GeoGebra facilita o ensino por não necessitar de recorrer aos métodos excessivamente algébricos tradicionais que conhecemos para tal construção. Sendo importante saberem aproveitar essa ferramenta que possuem, simultaneamente com uma explicação límpida e pontual do seu raciocínio matemático.

Segundo Silva (2015), o *software* GeoGebra, amplamente utilizado em geometria dinâmica, é uma ferramenta que chama a atenção e facilita o ensino sobre funções. Com ele o aprendizado se torna mais interessante e faz com que os alunos compreendam significativamente o conteúdo. Ainda, segundo Faria e Alves (2013, p.

1), “com ele, a análise e a reflexão pode ocupar um lugar de primazia em detrimento da simples aplicação de procedimentos técnicos, como é o caso da construção de gráficos desprovida de um processo de análise”.

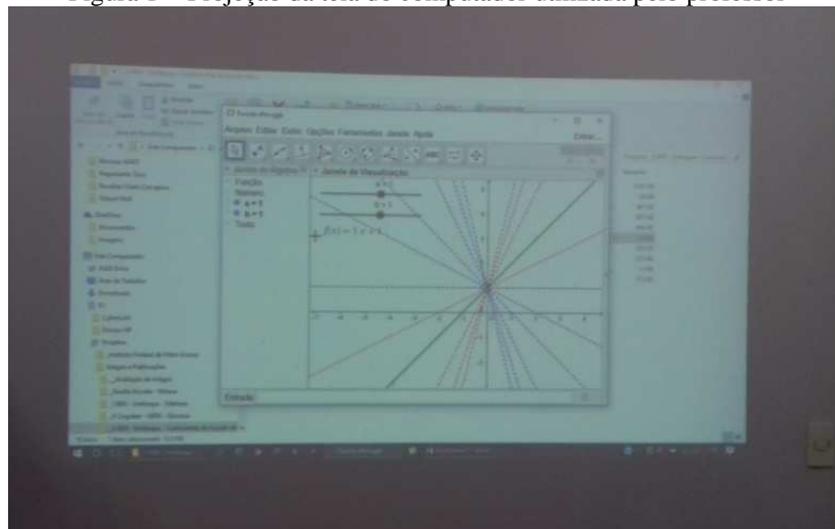
Para lograr êxito na prática professor nas circunstâncias atuais, é indispensável ao professor proporcionar um ambiente educativo agradável onde “ao aluno deve ser dada a oportunidade de falar com franqueza, expondo as suas dúvidas e dificuldades, sem receio de ser avaliado” (BALANCHO e COELHO, 2001, p. 47).

Metodologia do trabalho

Para essa experiência foi escolhido o 1º ano A do ensino médio-técnico em agropecuária do Instituto Federal de Mato Grosso – *Campus Confresa*. A turma possui 32, porém 3 faltaram no dia de realização dessa atividade, que durou 3 aulas (2:30 horas). O lugar para essa atividade foi o laboratório de informática que possui 20 computadores com o sistema operacional baseado em Linux, assim tendo que ficar até dois alunos compartilhando o mesmo computador. Destacamos que, antes da experiência com o GeoGebra no laboratório de informática, foram ministradas aulas como de costume, somente com pincel, quadro branco e livro didático, iniciando com explicações sobre o plano cartesiano, o zero da função afim, função crescente ou decrescente, construção do gráfico da função afim e função constante quando $a = 0$.

Em todas atividades dirigidas, o professor utilizava o projetor de imagens para executá-las (Figura 1), inclusive no início das atividades onde nenhum aluno havia tido contato anterior com o GeoGebra, tendo assim o professor de explicar as funções básicas do programa para que as atividades livres fossem executadas.

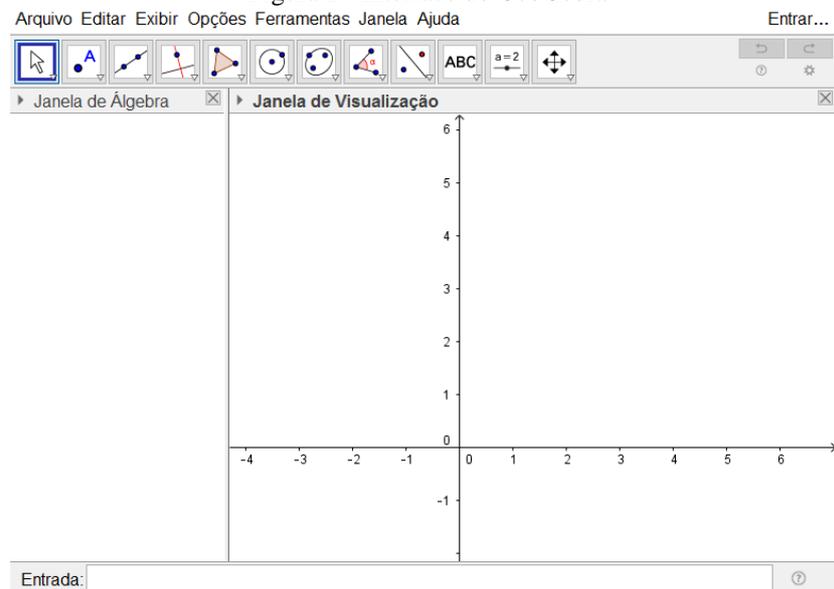
Figura 1 - Projeção da tela do computador utilizada pelo professor



Fonte: Da pesquisa.

Diante da interface do GeoGebra (Figura 2 - Interface do GeoGebra), os alunos experimentaram construir livremente vários tipos de gráficos, com coeficientes de valores variados, ampliando e diminuindo a tela de visão do GeoGebra. Sem muito esforço, perceberam o gráfico de uma função afim se comporta sempre como a mesma figura, que é uma reta, e a alteração de seus coeficientes resulta na rotação do gráfico ou sua translação.

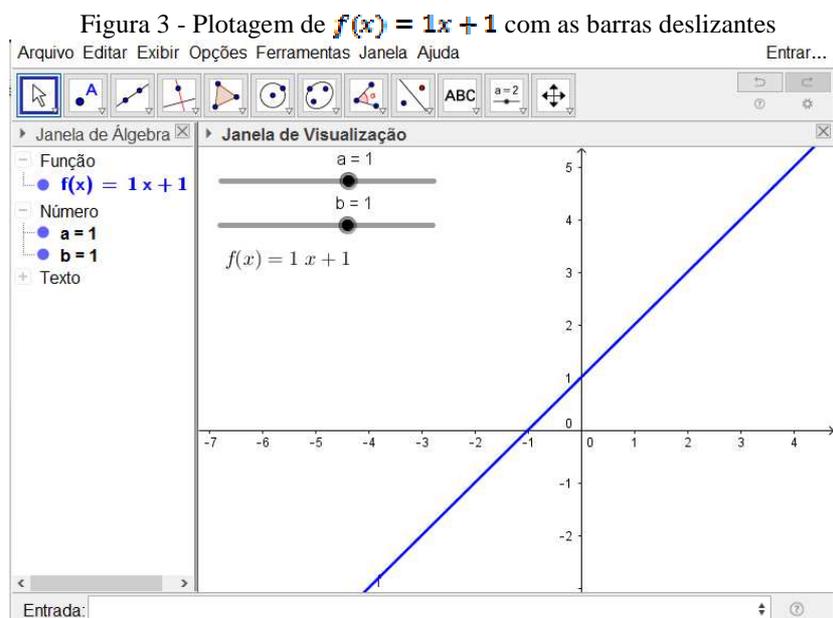
Figura 2 - Interface do GeoGebra



Fonte: Da pesquisa.

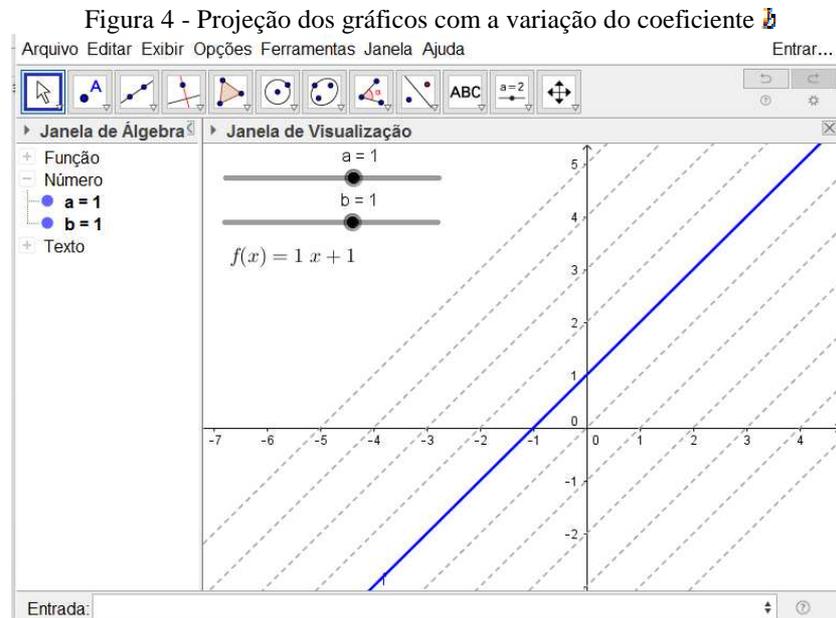
Para experimentar separadamente as variações dos coeficientes da função afim no modelo $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$, utilizando barras deslizantes que variam no

intervalo de -5 a 5 com incrementos de $0,05$ para cada coeficiente, tomando como base a função $f(x) = 1x + 1$, conforme a Figura 3. Alguns alunos conseguiram fazer os controles por barras deslizantes no GeoGebra, aos que não conseguiram foi disponibilizado um arquivo já pronto.



Após os alunos satisfazerem todas as suas curiosidades sobre a interface do GeoGebra, começamos a analisar a variação dos coeficientes. Iniciamos pelo coeficiente b , fazendo a variação entre -5 e 5 em seu valor. Temos a projeção dos movimentos do gráfico na Figura 4, sendo a linha contínua azul o gráfico que utilizamos como base, os pontilhados em cinza a projeção conforme a variação estabelecida do coeficiente b . Os alunos perceberam que o gráfico da função se move, porém sem rotação. Diante da descoberta anterior, não havia consenso entre os alunos sobre o modo que esse gráfico se movia. As opiniões se dividiram em duas vertentes, alguns diziam que o gráfico fazia um movimento vertical, sendo de subida ou descida, e outros diziam se um movimento horizontal, sendo de esquerda e direita. Permanecendo a indecisão o professor sugeriu que fossem analisados os valores a partir da abscissa, ou seja, conforme se acrescenta uma unidade no coeficiente linear o que ocorre com o gráfico. Chegando então ao consenso de que quando se altera o coeficiente linear, se altera o valor da ordenada para uma abscissa que permanece. Portanto a translação do gráfico são de movimentos

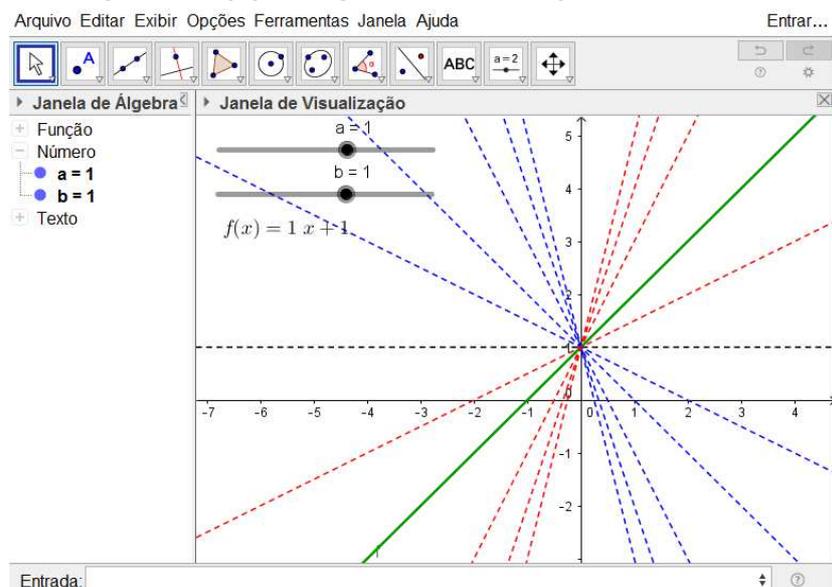
verticais, ou seja, movimentos de subida quando se aumenta o valor de b e de descida quando se diminui o valor de b .



Fonte: Da pesquisa.

No segundo momento, analisamos as projeções gráficas com a variação do coeficiente a . Foi experimentado pelos alunos o que ocorre com o gráfico quando movemos a barra de deslizamento correspondente ao valor de a . Percebendo que o gráfico faz o movimento de rotação em torno do valor de ordenada b , conforme a Figura 5.

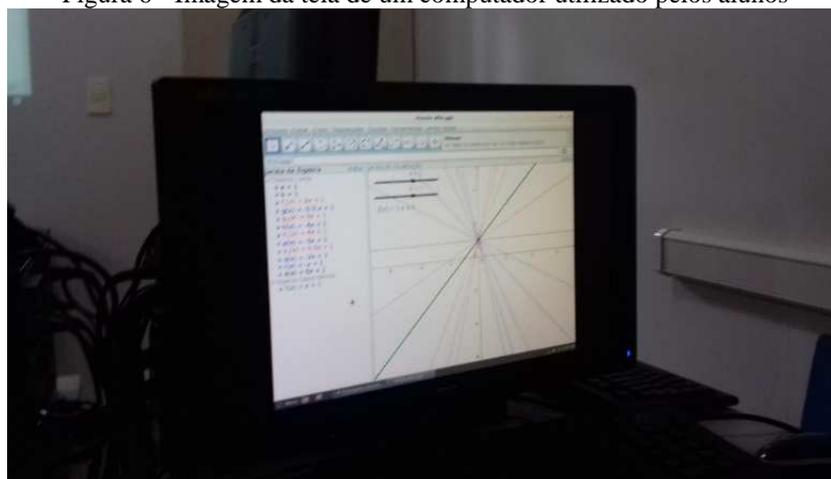
Figura 5 - Projeção dos gráficos com a variação do coeficiente a



Fonte: Da pesquisa.

Analisamos ainda as projeções dos movimentos do gráfico na Figura 5, sendo a linha contínua verde o gráfico da função $f(x) = 1x + 1$ que utilizamos como base, os pontilhados em vermelho são para valores de a positivo ($a > 0$), os pontilhados azuis para a negativo ($a < 0$) e, em especial, pontilhados pretos para o gráfico onde a é nulo ($a = 0$).

Figura 6 - Imagem da tela de um computador utilizado pelos alunos



Fonte: Da pesquisa.

A percepção de que gráfico para $a = 0$ ser uma reta horizontal pareceu uma descoberta para os alunos, pois nesse caso sem o valor de x , o gráfico permaneceu

sendo uma reta onde o coeficiente angular é nulo. Percebendo, desse modo, a diferença entre função do primeiro grau e função constante, sendo ambas consideradas função afim. Sendo o gráfico onde o coeficiente angular é nulo destacado e explicado que ele é importante nos casos de otimização através do cálculo diferencial e integral. Que dependendo do nível superior que escolherem cursar, inclusive os que a própria instituição onde estudam oferece, seria de fundamental importância.

Resultados obtidos

Ao finalizar a execução das atividades propostas, os alunos responderam um questionário, de forma livre, com as 4 seguintes perguntas e seus objetivos:

1) “Já havia tido alguma aula no laboratório de informática?” - O objetivo dessa pergunta foi o de verificar se os alunos estão habituados ao uso do laboratório de informática em suas instituições de ensino anteriores, isto é, instituições onde cursou o ensino fundamental, visto que o Instituto Federal oferece somente o ensino médio no ensino básico.

2) “O que você achou de ter aulas no laboratório de informática?” – Essa pergunta tinha como objetivo de verificar a opinião do aluno ao permutar do ambiente de sala de aula tradicional com pincel, lousa branca e livro didático para um ambiente mais tecnológico e interativo com algumas mídias tecnológicas que ele conhece de outros ambientes.

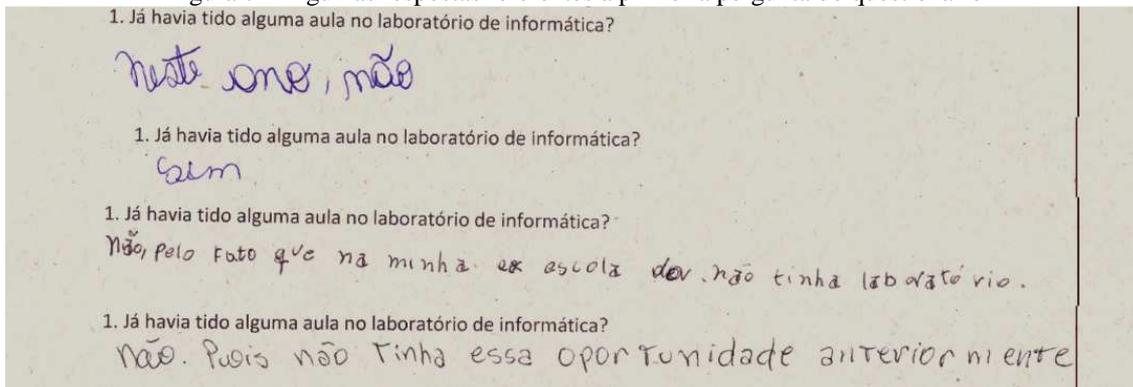
3) “A interatividade com o GeoGebra ajudou no aprendizado sobre os coeficientes da função afim?” – Por meio dessa pergunta pretende-se avaliar, sob a perspectiva do aluno, sobre a eficiência do uso das TIC como ferramenta auxiliar no ensino de conteúdos de Matemática.

4) “Como você avalia a execução da atividade?” – Nessa pergunta pretendemos avaliar, novamente sob a perspectiva do aluno, como foi o desenvolvimento das atividades, pois como professores temos sempre que fazermos uma auto avaliação para a busca do aprimoramento, assim temos de realizar o processo contínuo de aprender a aprender e aprender a ensinar.

Sobre a primeira pergunta do questionário, somente dois alunos disseram já terem tido aulas no laboratório de informática. Na Figura 7 destacamos respostas dos

dois alunos que já tiveram aulas em laboratório de informática e outro aluno que não havia tido aulas em laboratório de informática.

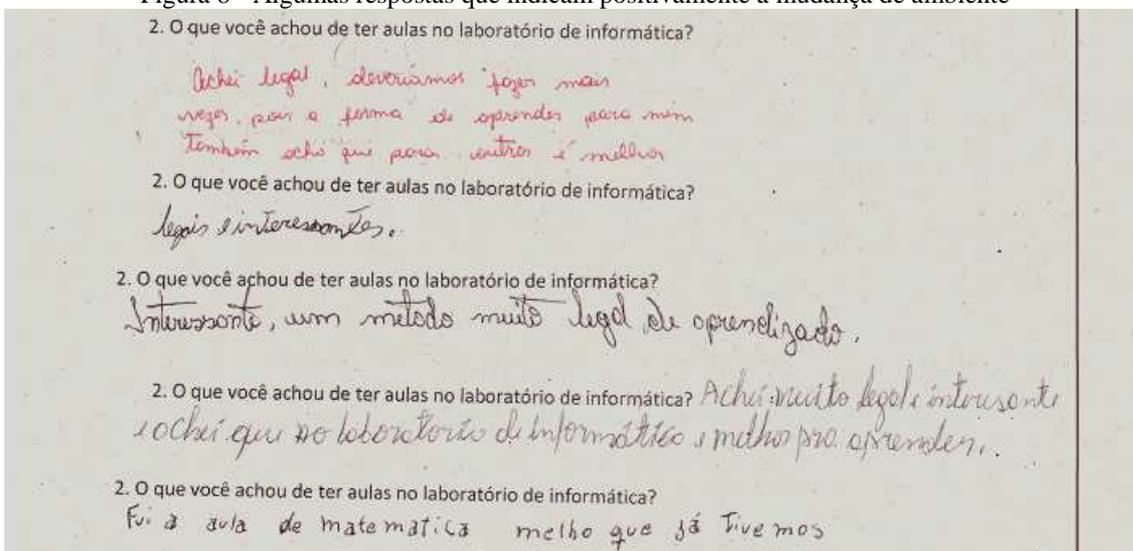
Figura 7 - Algumas respostas referentes à primeira pergunta do questionário



Fonte: Da pesquisa.

Na segunda questão todos os alunos deram declarações positivas em relação ao ambiente em que as aulas foram ministradas. Pois a sala de informática os imergia em um ambiente repleto de novidades, a começar pela disposição dos computadores que eram um para cada lado da mesa quadrada, um ambiente com mais espaço do que o habitual e tecnologia que estava à sua disposição. Na Figura 8 podemos perceber o impacto positivo que a mudança de ambiente proporcionou aos alunos.

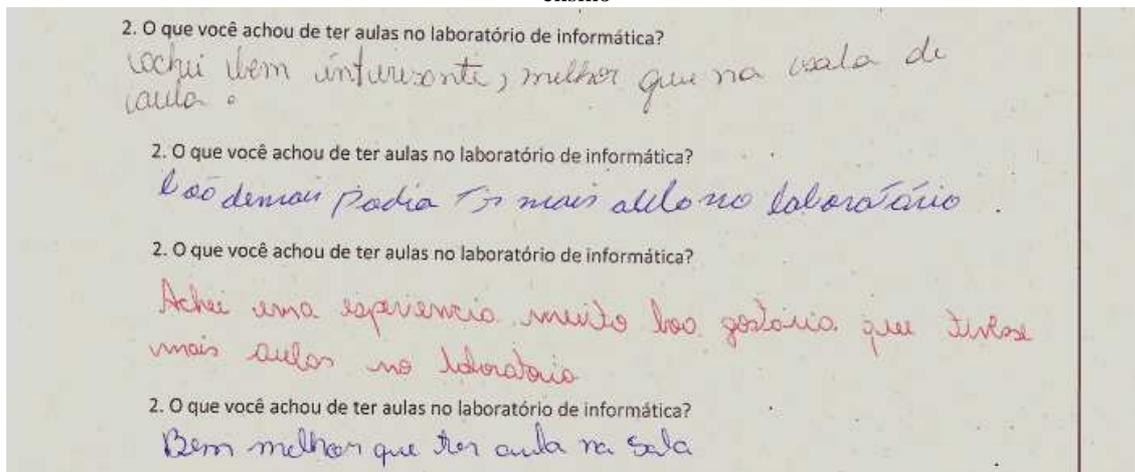
Figura 8 - Algumas respostas que indicam positivamente a mudança de ambiente



Fonte: Da pesquisa.

Temos ainda alunos que, ao responder essa questão, demonstram a consciência de que o ambiente mais agradável torna as aulas mais prazerosas. Veremos esses relatos na Figura 9, sendo alguns com mais clareza em sua exposição de ideia que outros.

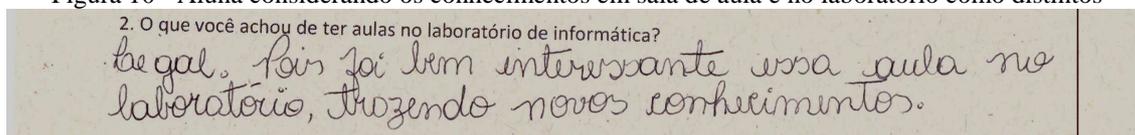
Figura 9 - Algumas respostas referentes à consciência da necessidade de um lugar mais propício ao ensino



Fonte: Da pesquisa.

Ainda houve uma resposta onde podemos perceber que os alunos ainda percebem a Matemática como um conhecimento fragmentado, muito se deve ao modo que ela pode ser ensinada. Na Figura 10 temos o relato de um aluno que considera que aprendeu novos conhecimentos, pois o mesmo não faz relação que os temas abordados em sala e no laboratório foram os mesmos, sendo o ambiente e a metodologia as únicas diferenças entre uma e outra.

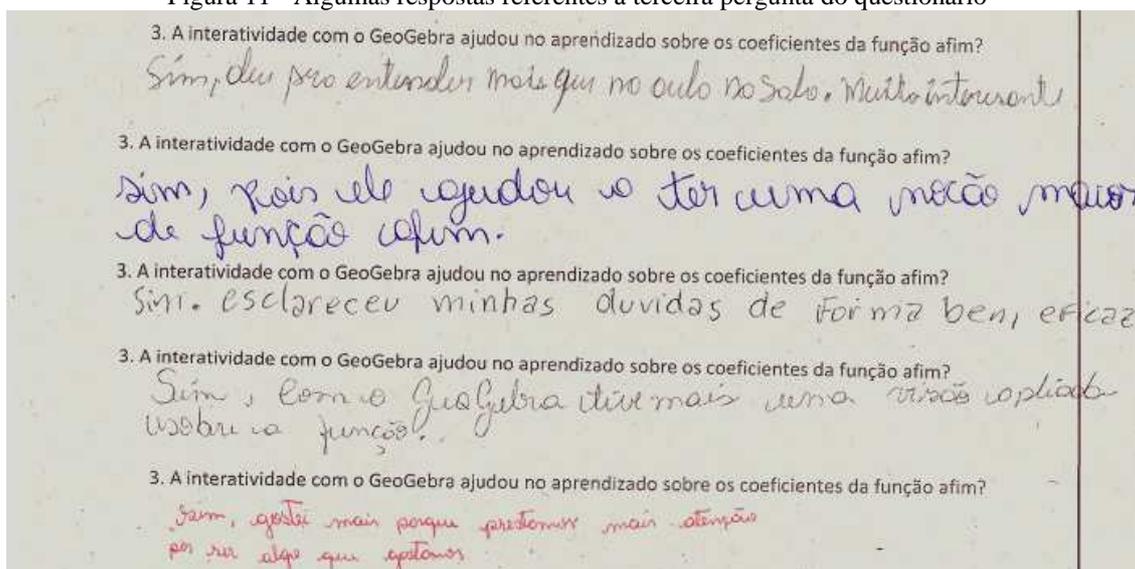
Figura 10 - Aluna considerando os conhecimentos em sala de aula e no laboratório como distintos



Fonte: Da pesquisa.

Sobre o GeoGebra, especificamente, podemos analisar as respostas dadas à questão 3. Assim foi percebido o *software* teve aceitação total pelos alunos, não recebendo uma crítica sequer. Possivelmente esse fato esteja ligado à facilidade de se operar o GeoGebra, que possui uma interface bastante intuitiva, e ao fato que não terem de ficar fazendo esboços de gráfico que muitas vezes não “ligam” os pontos do gráfico de forma satisfatória. Podemos ainda perceber a vocação dos alunos para a utilização de tecnologia. Na Figura 11 podemos ver alguns relatos nesse sentido.

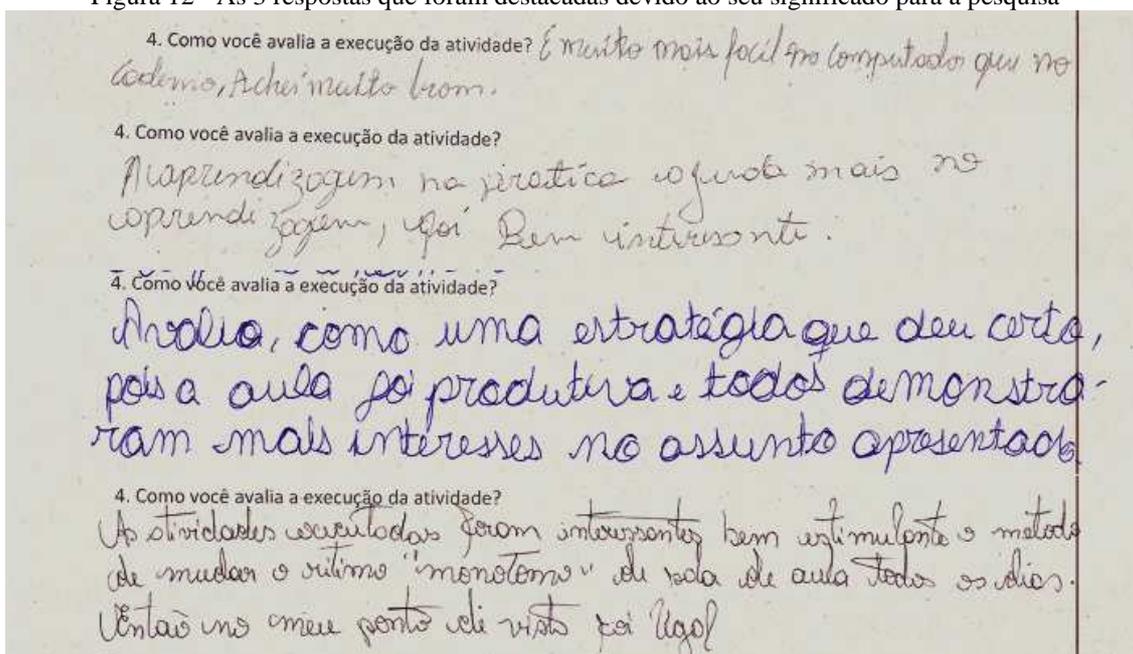
Figura 11 - Algumas respostas referentes à terceira pergunta do questionário



Fonte: Da pesquisa.

Na quarta pergunta, onde pretendemos avaliar como foram as atividades na perspectiva do aluno, foi constatado que dois alunos deixaram esse item em branco e os demais alunos, mais precisamente 27, afirmaram que as atividades executadas de forma positiva de modo a viabilizar o aprendizado sobre função afim. Na **Erro! Fonte de referência não encontrada.** temos o relato de estudantes que explanaram de um modo mais amplo sua opinião. Ainda sobre a quarta pergunta do questionário, destacamos 3 respostas que nos levam a perceber a importância de ministrar aulas que inovem o método convencional de se ensinar.

Figura 12 - As 3 respostas que foram destacadas devido ao seu significado para a pesquisa



Fonte: Da pesquisa.

O primeiro aluno nos mostra a importância da praticidade do que é ensinado, o segundo aluno relata que uma estratégia utilizando as TIC podem atrair o interesse dos alunos e tornar a aula mais produtiva e o terceiro aluno faz uma crítica às aulas monótonas em sala de aula e diz que as atividades foram interessantes e estimulantes.

Conclusões

Durante a execução dos trabalhos, foi perceptível a curiosidade do aluno ser atendida diante da interface do GeoGebra no computador. O fato poderem explorar o *software* livremente levou-os a visualizar algo que, para muitos, no ano anterior era somente explorado por abstrações e esboços de gráficos no caderno. Testaram também colocar funções variadas ao acaso e verificar, quando possível, as características do gráfico que foi plotado.

Essa atividade baseada na exploração da interação da tricotomia aluno-GeoGebra-professor faz com que o aluno seja autônomo em seu modo de adquirir conhecimento (FREIRE, 2001), testando os limites e a utilidade do conteúdo ministrado. Suplantando os limites pré-estabelecidos por um ensino puramente abstrato e altamente axiomático, trazendo dentro da aula o objeto concreto onde o aluno pôde ver, observar, sentir e interagir com o conteúdo matemático que está sendo estudado, que no caso foram os coeficientes das funções afins.

O ensino de funções, de um modo geral, têm enfatizado o ensino dos procedimentos algébricos em detrimento do estudo de seu comportamento que estão tenuamente ligados aos conceitos referentes à essas funções. No ensino de função afim a construção de esboços desses gráficos ocupa um tempo importante no processo de ensino desta função. Em contrapartida, não se trabalha com a conceitualização dos coeficientes por meio de um método dinâmico que permita interação entre o conteúdo e o aluno.

O uso das novas tecnologias durante a aula proporciona benefícios à ação educativa. Porém, é necessário que esses recursos sejam explorados de forma que possibilite aplicações e visualizações em conhecimentos tratados de modo abstrato ou realizados de maneira artesanal.

Em toda explanação sobre os resultados da pesquisa, percebe-se que o aluno reconhece que necessita de um ambiente onde seu mundo não seja restrito às paredes da sala de aula. Reconhece ainda que a novidade, ao contrário da monotonia, favorece seu aprendizado e seu auto aprendizado, este último sendo promovido por meio da curiosidade e interatividade em que o laboratório mídias tecnológicas propicia. Ainda nos relatos, percebemos que o aluno pode indicar a melhor forma dele mesmo aprender, pois o aluno não deve ser mero expectador de seu aprendizado onde o professor é o detentor do que o aluno deve aprender ou não (FREIRE, 2001). Pois é perceptível a consciência que o aluno possui de conhecedor de sua melhor forma de aprender, indicando inclusive nos relatos o método como mais eficiente do que na utilização do caderno e a mudança da sala de aula para o laboratório de informática.

Por fim, destacamos que o aspecto positivo mais importante notado durante o desenvolvimento na atividade proposta, foi a interação entre o aluno e a interface do *software* GeoGebra que possibilitou-o a especular, experimentar e, desse modo, sendo autônomo do seu estudo e do seu saber. Percebemos ainda os alunos interessados na construção dos gráficos, uma vez que os mesmos construíam os gráficos e compreendiam suas variações, sentindo-se não mais coadjuvantes no processo de ensino.

Referências

- BALANCHO, M. J.; COELHO, F. M. **Motivar os alunos – Criatividade na relação pedagógica: conceitos e práticas.** 3ª. ed. Lisboa: Texto Editora, 2001.
- D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática.** 5ª. ed. Campinas: Papyrus, 1997.
- D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade.** 5ª. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. 112 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 1).
- FARIA, C. B. D. L.; ALVES, E. L. **O ensino da função afim com o auxílio do software geogebra.** Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba: ENEM. 2013.
- FREIRE, P. **A educação na cidade.** 5ª. ed. São Paulo: Cortez, 2001.
- JESUS, S. N. D. Estratégias para motivar os alunos. **Educação**, Porto Alegre, v. 31, n. 1, 2008. 21-29.
- KAMII, C. **A criança e o número: Implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos.** Tradução de Regina A. de Assis. 39ª. ed. Campinas: Papyrus, 2012. 112 p.
- KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencia e a distância.** Campinas: Papyrus, 2003. (Série Prática Pedagógica).
- SILVA, C. V. D. **Modelagem, Cálculo e Geogebra: uma nova proposta de ensino para funções quadráticas.** Palmas: Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Tocantins, 2015.
- SOUSA, R. M. D. **O uso do geogebra no ensino de função quadrática.** Santarém: Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Oeste do Pará, 2014.

Recebido em outubro 2016

Aprovado em novembro 2016