INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS EM SALA DE AULA: CONTRIBUIÇÕES DO GEOGEBRA PARA A APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO COSSENO E SEUS PARÂMETROS

Rudolph dos Santos Gomes Pereira[1]

Bárbara Nivalda Palharini[2]

Willian Damin[3]

Resumo

Este artigo apresenta uma pesquisa que relaciona o uso de investigações matemáticas e tecnologias digitais por meio do *software* Geogebra. Dados foram coletados por meio de uma atividade de Investigação Matemática desenvolvida em um minicurso, em uma Universidade Pública do Norte do Paraná. O método utilizado é o de pesquisa qualitativa. Para o desenvolvimento da atividade de investigação proposta aos alunos, foi definida a função cosseno, o domínio, a imagem, o período e o gráfico da função com o auxílio do *software* Geogebra. Em seguida os alunos foram convidados a investigar alterações da função cosseno através de parâmetros A, B e m definidos pelo professor. O uso do *software* potencializou o processo de investigação matemática, bem como uma possibilidade de demonstrar aos alunos que a investigação permite identificar propriedades matemáticas em uma determinada situação, bem como configura-se como uma alternativa pedagógica para os professores em sua prática docente.

Palavras-chave: Investigação matemática. Geogebra. Função cosseno.

1 Introdução

O uso de alternativas para o ensino de Matemática é indicado por documentos oficiais desde a década de 1990 (BRASIL, 1997; PARANÁ, 2008, entre outros). A literatura em Educação Matemática aponta alternativas que visam auxiliar o trabalho dos professores em sala de aula: o uso

[1] Professor da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Brasil. Doutorado em Educação da Universidade Estadual Paulista (UNESP), Brasil

[2] Professora da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Brasil. Doutoranda em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), Brasil

[3] Professor Colaborador da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP), Brasil. Doutorando em Ensino de Ciências e Tecnologia da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Brasil.

de tecnologias digitais, a resolução de problemas, as investigações matemáticas, a modelagem matemática, o recurso à História da Matemática, entre outras. D'Ambrósio e Borba (2010) enunciam dinâmicas nas mudanças que ocorreram na Educação Matemática em três décadas e sinalizam o processo simbiótico de crescimento de pesquisas teóricas associada às tendências da Educação Matemática.

Pais, Bittar e Freitas (2013) sinalizam que um dos principais desafios da Educação Matemática está na articulação das práticas desenvolvidas por alunos da Educação Básica, estudantes de Licenciatura em Matemática, professores da Educação Básica e professores universitários. Neste contexto, estão as estratégias de ensino, também denominadas de tendências para o ensino e a aprendizagem de Matemática. Os autores sinalizam que essas tendências são advindas do movimento da Escola Nova como propostas de origem construtivista, as quais enfatizam o desenvolvimento do raciocínio lógico, a capacidade de trabalhar em equipe e de interpretar fenômenos.

Embora nas últimas décadas essas estratégias tenham ocupado o cenário dos livros didáticos quanto a organizações didáticas, aos recursos de ensino e sugerem estratégias diferenciadas, tenha ocorrido aumento expressivo em referências curriculares, pedagógicas e didáticas, é possível dizer que as influências para a formação docente ainda são tímidas (PAIS, BITAR, FREITAS, 2013).

Neste contexto, a inserção de diferentes tendências para a Educação Matemática na formação inicial, ou continuada, de professores de Matemática pode servir como um gatilho na interlocução e no aprimoramento das práticas desenvolvidas pelos diferentes atores da Educação Matemática.

É na perspectiva de colaborar para que essa visão seja transformada, que se insere essa pesquisa, ao descrever as contribuições de uma atividade de Investigação Matemática, pautada no auxílio do *software* Geogebra[4], aproximando assim duas tendências, para o ensino e a aprendizagem de Matemática, disponíveis para aprimorar a prática de docentes e alunos no *fazer* Matemática. Em particular, essa pesquisa apresenta uma atividade desenvolvida na formação inicial de professores de Matemática.

A escolha pelo trabalho com o *software* Geogebra se destaca em três tópicos: a) criar condições de aprendizagem do conceito de função cosseno utilizando uma tecnologia virtual; b) mostrar aos licenciandos de matemática, as potencialidades de um ambiente dinâmico para a

[4] *Software* livre, disponível em <www.geogebra.org>,

construção e análise de gráficos; c) apontar o Geogebra como ferramenta metodológica que poderá ser utilizada pelos futuros professores de Matemática.

Destaca-se que, ao abordar novos conteúdos em um curso de formação inicial de professores de matemática, seja importante retomar conceitos ou introduzi-los por meio de atividades ou de estratégias de ensino e aprendizagem que permitam com que o discente durante a sua realização construa o seu conhecimento por meio da experimentação.

Diante desta constatação, da necessidade de revisar ou introduzir os conceitos das funções trigonométricas, pautados nos documentos oficiais sobre o ensino de matemática como Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Diretrizes Curriculares do Estado do Paraná (DCE) e na Educação Matemática, foi desenvolvida uma atividade com a função cosseno por meio da experimentação no *software* Geogebra, na qual utilizou da estratégia de ensino e aprendizagem de Investigação Matemática como auxiliadora no processo de (re)construção do conhecimento pelo discente.

Das tendências para o ensino e a aprendizagem de Matemática, as investigações matemáticas não são o centro das atenções. Estudos relacionados à Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação tomam a frente quando se trata de pesquisas neste âmbito (D'AMBRÓSIO; BORBA, 2010). Assim, optou-se pela utilização da tendência de Investigação Matemática que segundo Ponte, Brocado e Oliveira (2009, p. 13) "investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades".

Assim, o percurso da pesquisa e o desenvolvimento da atividade, tendo em vista a investigação matemática como tendência de ensino e aprendizagem e a construção do conhecimento pelo próprio aluno, possibilitou investigar o comportamento da função cosseno na forma $f(x) = A + B\cos(mx)$. Na tentativa de compreender o processo de investigação, elaborou-se o seguinte questionamento: de que forma uma atividade investigativa pode contribuir para a (re)construção do conceito da função cosseno a partir da utilização do *software* Geogebra?

2 Embasamento teórico

A investigação matemática, "de modo mais imediato e sem uma interrogação mais rigorosa de seu significado, pode ser entendida como uma das tendências metodológicas que compõem o campo de estudo da Educação Matemática e que podem compor a prática docente para o ensino de matemática" (WICHNOSKI; KLÜBER, 2015, p. 71).

Wichnoski e Klüber (2015) tratam a investigação matemática como um programa de pesquisa lakatosiano e destacam que uma das anomalias existentes é a interpretação da sua proximidade com a tendência metodológica Resolução de Problemas. Por meio do Quadro 1, Ponte (2003) aborda diferenças entre a realização de *exercícios, problemas, explorações* e *investigação*.

Quadro 1: Classificação e descrição dos tipos de atividades

Atividade	Descrição
Exercício	É uma tarefa simples, um resolva, um efetue, de rápida resolução, e de estrutura fechada. Existe uma solução exata e já esperado pelo professor.
Problema	Tarefa com alto grau de dificuldade e com estrutura fechada. Existe uma solução exata ou mais coerente, relativamente rápida, já esperada pelo professor.
Exploração	Tarefa fácil, na qual muitas vezes, é sugerido ao aluno como proceder, para assim, observar e conceber importantes informações. Possui estrutura aberta.
Investigação	Uma tarefa também de estrutura aberta, porém mais difícil que a exploração, poucas informações são dadas, e o aluno fica mais independente para formular suas próprias questões norteadoras e empenhar em respondê-las.

Fonte: (PONTE, 2003, p. 5).

Pesquisadores defendem que a investigação matemática tem uma forte relação com a resolução de problemas, mas vários autores recorrem às diferenças e semelhanças entre elas para clarear o conceito de investigação. Ernest (1996) considera que o primeiro ponto distintivo é a formulação do problema, pois na resolução de problemas comumente as questões estão formuladas, enquanto no processo de investigação este é o primeiro passo a ser realizado. Outra diferença são os objetivos, na resolução de problemas procura-se a solução e na investigação o objetivo é a exploração.

> [...] a atividade de investigação é caracterizada por vários processos matemáticos que não podem ser apenas seguidos de uma forma linear e ordenada. A recolha e organização dos dados, formulação e teste de conjecturas, a prova, são fases do processo investigativo que devem ser percorridos tanto num sentido como noutro, sendo fundamental analisar as interações entre eles (BROCARDO, 2001, p. 4).

No decorrer do processo investigativo, relatado por Brocardo (2001), o aluno tem a possibilidade de aprende quando direciona seus recursos cognitivos e afetivos para um objetivo e a investigação matemática faz com que o aluno não só formule questões, conjecturas e realização de provas, mas que também apresente os resultados e as argumentações e discuta com demais alunos e professor.

De acordo com Meneghetti e Redling (2008) atividades investigavas em Matemática podem proporcionar aos alunos situações-problema que os desafiam e os permitem investigá-las e explorá-las de diversas formas.

Para Christiansen e Walter (1996), na sala de aula, o trabalho investigativo envolve geralmente três fases: a introdução da tarefa, o desenvolvimento do trabalho e a discussão final. Quaisquer que sejam as diferenças entre estas três fases, pressupõe-se a existência da interação entre professor e aluno. Para Ponte et al (1999), durante atividades de investigação o professor pode interagir de duas formas: de modo afirmativo, quando faz uma afirmação, explica ou valida, e de modo interrogativo, quando pergunta ou pede justificativas para os procedimentos dos alunos.

Ao propor uma tarefa investigativa aos alunos, cabe ao professor fazer uma exposição oral e deixar a cargo dos alunos a explicitação do significado do "investigar", independente do nível da classe em que se atua, pois nesse momento o aluno não está defronte de uma questão restrita, em que existe apenas uma resposta resultante de diversos cálculos, mas o próprio aluno deve formular as questões com base na investigação que lhe foi apresentada.

As investigações matemáticas podem ser realizadas utilizando de diferentes recursos, entre eles o recurso computacional. Desta forma, aponta-se que com a sua utilização do computador é possível criar condições de aprendizagem (VALENTE, 1993). "Assim, o professor passa a ser o criador de ambientes de aprendizagem e o facilitador do processo de desenvolvimento intelectual do aluno" (COUTINHO; ALMOULOUD; SILVA, 2012, p. 8). Essa observação vai ao encontro do uso do *software* Geogebra na pesquisa, um *software* de visualização e dinâmico, que pode favorecer a apreensão do conceito da função cosseno.

3 Metodologia do trabalho

A pesquisa foi realizada em um minicurso, em uma Universidade Pública do Norte do Paraná, com 32 alunos, do curso de Licenciatura em Matemática no ano de 2015, com a finalidade de retomar conceitos que envolvem a função cosseno e a influência de seus parâmetros, de modo a colaborar com a aprendizagem de outros conteúdos matemáticos como limites e integrais, que exigem a compreensão desta função. Neste contexto, os alunos poderiam (re)construir conceitos matemáticos e relacioná-los com práticas anteriores.

Desenvolvida na perspectiva da pesquisa qualitativa a pesquisa pode ser entendida como a tentativa de compreensão de significados e características de situações apresentadas por entrevistados ou pesquisados e ainda parece ter a capacidade para se aprofundar nos fenômenos e leva em conta a sua complexidade e particularidades, de maneira a não almejar generalizações e sim a compreensão das singularidades (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

De acordo com as considerações da pesquisa qualitativa, encaminhou-se a Investigação Matemática em sala de aula sob uma perspectiva construtivista. Com base nos procedimentos de análise e apresentação dos resultados, essa pesquisa é de cunho interpretativo, que segundo Rosa (2009, p. 55) é baseada em dois aspectos: “as análises sobre os dados coletados são influenciadas por concepções e interpretações daqueles que coletam e analisam os dados; a investigação da própria prática pode, em diferentes circunstâncias, influenciar as características dos dados coletados bem como as análises realizadas”.

Os dados foram coletados por meio de anotações do professor no decorrer do desenvolvimento da atividade, tanto dos questionamentos realizados quanto do material produzido pelos alunos, sendo a atividade dividida em quatro etapas.

4 Análise dos Dados

No primeiro momento foi definida a função cosseno, calculado os valores da função, analisados os sinais, a construção e interpretação gráfica da função com o software Geogebra. No momento seguinte foi solicitado pelo professor aos alunos que realizassem o mesmo procedimento do momento anterior, porém com a função cosseno na forma $f(x) = A + B\cos(mx)$ e com os parâmetros B e m constantes e iguais a 1 e parâmetro A variando de [-2, 2].

No segundo momento foi solicitado pelo professor aos alunos que realizassem o mesmo procedimento do momento anterior, porém com a função cosseno na forma $f(x) = A + B\cos(mx)$ e com os parâmetros B e m constantes e iguais a 1 e o parâmetro A variando de [-2, 2]. Após este procedimento foi solicitado aos alunos que realizassem a comparação entre os gráficos das funções de acordo com seus parâmetros com o gráfico da função cosseno, construído no momento primeiro.

O terceiro momento foi realizado alterando os parâmetros da função cosseno na forma $f(x) = A + B\cos(mx)$ e com os parâmetros A e m constantes e iguais a 1 e o parâmetro B variando de [-2, 2]. De maneira similar a anterior, solicitou-se aos alunos que realizassem a comparação entre os gráficos das funções de acordo com seus parâmetros com o gráfico da função cosseno.

Por fim, no quarto terceiro os alunos alteram os parâmetros da função cosseno na forma $f(x) = A + B\cos(mx)$ e com os parâmetros A e B constantes e iguais 0 a 1, respectivamente, e o parâmetro $m = \frac{1}{3}$ e em seguida $m = 3$. Em seguida os alunos realizaram a comparação entre os gráficos das funções de acordo com seus parâmetros com o gráfico da função cosseno na forma $f(x) = \cos x$.

A seguir, descreve-se detalhadamente o desenvolvimento da atividade e a discussão realizada, baseada nas interpretações do professor, a respeito da percepção dos alunos e suas observações durante o desenvolvimento da atividade.

5 Discussão dos dados

No primeiro momento o professor definiu o conceito da função cosseno, como: “Considere a função $f(x) = \cos x$. Cada ponto do gráfico é da forma $(x,\ \cos x)$, pois a ordenada é sempre igual ao cosseno da abscissa, que é um número real que representa o comprimento do arco em u.m.c. ou a medida do arco em radianos.” para que os alunos pudessem analisar os sinais e valores da função.

Num segundo momento pediu-se aos alunos que criassem uma tabela com os valores do cosseno de alguns arcos, por meio do uso da calculadora, e que em seguida tentassem concluir o que acontece com o sinal da função em relação aos ângulos e o comportamento desta função.

Os alunos chegaram as seguintes conclusões após a análise da tabela:

a) Para os ângulos de 0° a 90° os valores a função é decrescentes.

b) Para os ângulos de 90° até 180°, os valores da função são decrescentes.

c) Já para os ângulos entre 180° e 270° a função passa a ser crescente.

d) E para os ângulos maiores 270° e próximos de 360°, a função continua assumindo valores crescentes.

e) E para ângulos maiores que 360º os valores da função são iguais aos relatados do item *a* ao *d*, ou seja, a função cosseno possui o mesmo valor e comportamento para aberturas angulares quando adicionadas em 360º, chamados arcos côngruos.

E para ângulos maiores que 360º os valores da função são iguais aos relatados do item a ao d, ou seja, a função cosseno possui o mesmo valor e comportamento para aberturas angulares quando adicionadas em 360º, chamados arcos côngruos.

Além dos valores da função, os alunos perceberam o sinal dos valores dos ângulos:

a) O sinal dos valores dos ângulos de 0° até 90° são positivos, já para os ângulos compreendidos entre 90º e 270º são negativos e para valores entre 270º e 360° os valores são positivos.

b) Acompanhando os valores assumidos pela função, podemos perceber que este valores nunca são maiores que 1 e menores que -1, ou seja, os valores ficam no intervalo de -1 até 1.

De acordo com as observações realizadas sob os valores e sinais da função, foi traçado o gráfico da função cosseno, juntamente com os alunos, no quadro e depois com auxílio do software Geogebra, conforme Figura 1.

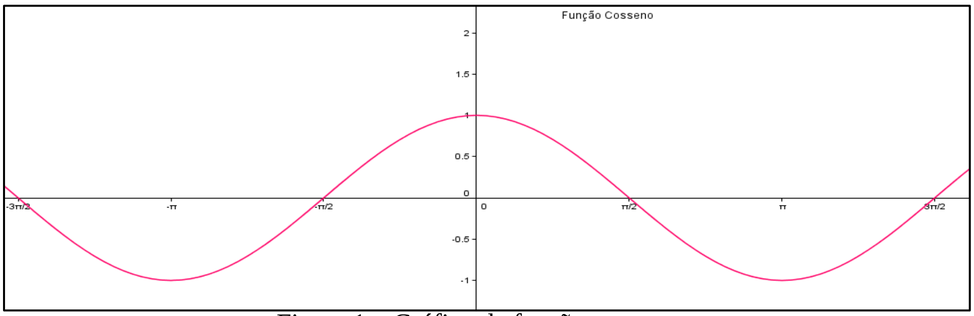

Figura 1 – Gráfico da função cosseno

Visualizando o gráfico da função cosseno na Figura 1 foi possível confirmar as afirmações feitas pelos alunos e sistematizá-las:

a) Por meio do gráfico fica clara a afirmação de que os valores da função ficam compreendidos entre -1 e 1, a qual defini-se matematicamente de IMAGEM da função e seu domínio é o conjunto dos números Reais.

b) Também é possível visualizar que a função para os ângulos de 0º até 90º e de 270º até 360º, está acima do eixo x, por isso os valores positivos. Como também podemos afirmar que para os valores da função cujos ângulos estejam entre 90º e 270º, ou seja, estão abaixo do eixo x, o que é representado pelos sinais negativos.

Após esta apresentação inicial na qual os alunos investigaram a função cosseno, na forma $f(x) = \cos x$, foi solicitado pelo professor que investigassem a função trigonométrica em uma forma geral, como $f(x) = A + B\cos(mx)$.

Assim, foi solicitado aos alunos que utilizando a função $f(x) = \cos x$ e seu gráfico, investigassem a função cosseno na forma geral, $f(x) = A + B\cos(mx)$ quando comparado ao gráfico da função cosseno. Foi sugerido aos alunos que atribuíssem valores para os parâmetros A, B e m e construíssem os respectivos gráficos no Geogebra, ficando a atividade dividida em três etapas de modo que ao final de cada uma delas os alunos registraram suas percepções quanto à investigação realizada.

No primeiro momento, o professor solicitou aos alunos realizarem a atividade deixando os parâmetros B e m fixos e atribuindo valores pré definidos para A, como segue:

Considere a função cosseno cuja expressão é dada por $f(x) = A + B\cos(mx)$. Isto é, o valor do parâmetro B e m são iguais a 1 e atribuímos os valores -2, -1, 1 e 2 para A.

O que ocorre quando comparamos esta função com a função $f(x) = \cos x$ inicial?

Foi construída a tabela de valores da função cosseno com os devidos parâmetros para facilitar a construção do gráfico no Geogebra, para posterior comparação, pois o objetivo não era basicamente a construção gráfica e sim a análise da influência de cada parâmetro graficamente.

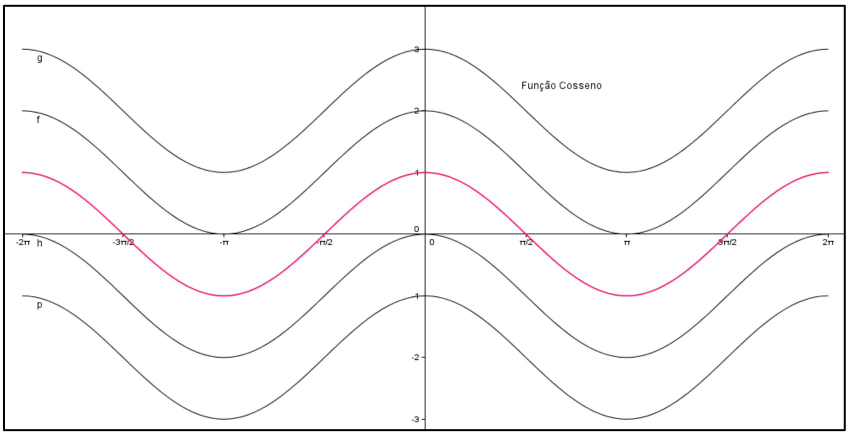

Figura 2 – Gráficos das funções para comparação na forma $f(x) = A + \cos\ x$

Ao concluir esta etapa da atividade os alunos chegaram à seguinte conclusão:

"Quando colocamos valores para a variável A percebemos que o gráfico se movimenta para cima se o valor da variável for positivo e para baixo se for negativo." (A1)

Assim, os alunos puderam concluir que o parâmetro A interfere no deslocamento da função, alterando a sua imagem e o ponto onde a função possui abscissa $x=0$ seu gráfico no eixo y conforme a Figura 2.

No segundo momento, dando continuidade a atividade, o professor solicitou que deixassem os parâmetros A e m fixos e atribuísse valores pré-definidos para B da seguinte forma:

a) Considere a função cosseno cuja expressão é dada por $f(x) = A + B\cos(mx)$. Isto é, o valor do parâmetro A e m são iguais a 1 e atribuímos os valores -2, -1, 1 e 2 para B.

b) O que ocorre quando comparamos esta função com a função $f(x) = \cos\ x$ inicial?

Neste instante é dito que o valor do parâmetro B deve ser diferente de zero, pois senão a função não seria uma função cosseno e sim uma função constante real nula.

Novamente construiu-se a tabela de valores para a função e o gráfico e as seguintes conclusões foram feitas pelos alunos nesta etapa:

"Quando multiplicarmos a função cosseno por um número positivo, a "altura" da nova função fica multiplicada por este número positivo, isto é, quando multiplicamos a função f(x) = cos x pelo número dois a sua altura fica igual a dois, isto é, o dobro da original. Por outro lado, quando multiplicamos a função por um número negativo, a altura da nova função fica multiplicada por este número negativo, invertendo o gráfico da função. (A2)"

Continuando a atividade, deixou-se os parâmetros A e B fixos e atribuiu-se valores pré-definidos para m seguindo a lógica dos anteriores:

Considere a função cosseno cuja expressão é dada por $f(x) = A + B\cos(mx)$.

Isto é, o valor do parâmetro A igual a zero e B igual a 1 e atribuímos os valores 3 e $\frac{1}{3}$ para m.

a) O que ocorre quando comparamos esta função com a função $f(x) = sen\ x$ inicial?

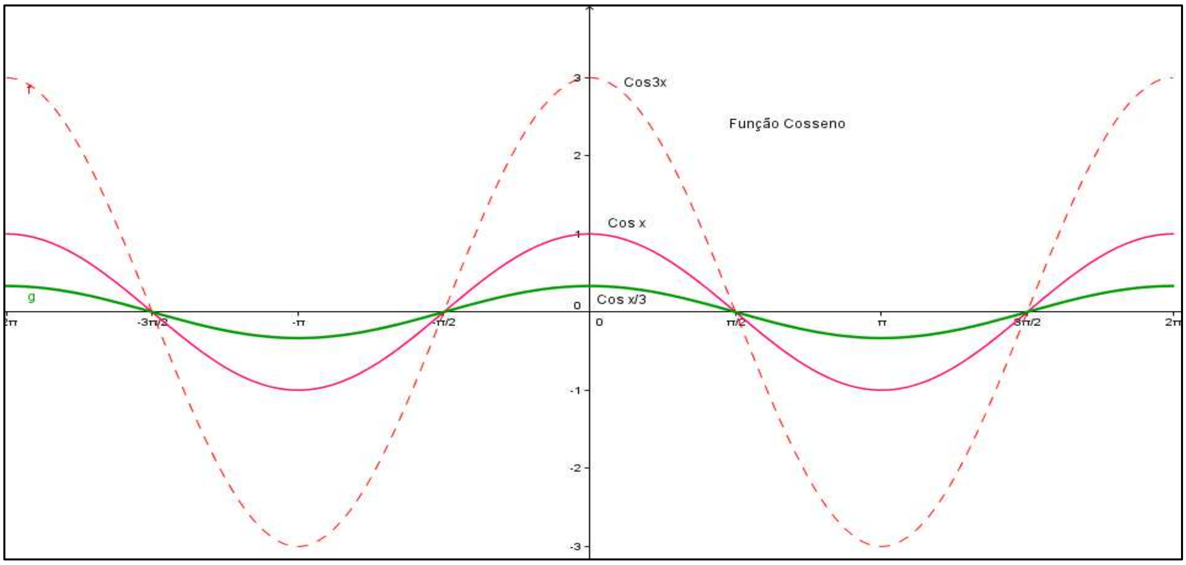

Figura 3 – Gráficos das funções para comparação na forma $f(x) = \cos\ (mx)$

A conclusão feita pelos alunos na análise deste parâmetro foi a seguinte:

"Ao multiplicarmos a função por um número inteiro, percebemos que a função fica menor no eixo x, ou seja, ela é comprimida e têm três cumes positivos e três negativos enquanto a função $f(x) = \cos x$ *possui um positivo e outro negativo. Já ao multiplicarmos por um número racional (menor que 1) podemos verificar que o gráfico da função é esticado, ou seja, possui um domínio maior (A3)".*

Com base na atividade realizada e na percepção da assimilação dos conceitos durante a sua realização por parte dos alunos, considera-se importante as ações na formação inicial de professores de matemática que possibilitem aos alunos uma visão crítica do seu ensino e da sua aprendizagem, pois, a Educação Matemática com visão crítica, segundo Bicudo (1987, p. 42):

> [...] desafia os estudantes fornecendo experiências de aprendizagem, fazendo com que professores e alunos sejam criadores e investigadores e superem o medo da Matemática. Tendência esta que se desenvolve através das pesquisas, interpretações e discussões que, gerando debates e trazendo experiências vivenciadas no cotidiano oferecem condições de interpretar e mostrar as conclusões [...]

De acordo com D'Ambrósio (1993) "*trabalhar a Matemática de maneira alternativa é necessário acreditar que de fato o processo de aprendizagem da Matemática se baseia na ação do aluno em resolução de problemas, em investigações e explorações dinâmicas de situações que o intrigam".* A mesma pesquisadora propõe que a aprendizagem em cursos de formação inicial de professores de Matemática seja feita de forma alternativa, visando à investigação, à resolução de problemas e às aplicações de modo que cada aluno possa refletir sobre seu aprendizado, pois *"Da* *mesma forma que os alunos constroem seu conhecimento matemática através de suas experiências com a Matemática, futuros professores constroem seu conhecimento sobre o ensino da Matemática através se suas experiências com o ensino”.*

O uso das tendências educacionais em Matemática pode fazer com que os resultados acerca do ensino de Matemática, que têm se mostrado preocupante diante das práticas atuais, apresente uma melhora, pois, em particular, a Investigação Matemática, possibilita aos participantes desenvolver a percepção, o raciocínio, a habilidade de analisar dados e interpretá-los na busca pela generalização de conceitos.

De acordo com Nehring, Pozzobon e Pazuch (2010, p. 11):

> A importância concebida às situações de ensino se justifica pela característica investigativa, necessidade do trabalho coletivo, do registro e do processo reflexivo, remetendo o licenciando a possibilidade da experiência, ressignificando os saberes disciplinares e suscitando os saberes curriculares.

Após a análise de cada parâmetro da função fez-se uma tabela com resumo das alterações percebida pelos alunos.

Tabela 1 – Resumo das alterações dos parâmetros e o comportamento gráfico.

Parâmetros	**Comportamento Gráfico**
A	Gráfico desloca-se no eixo y; a função "sobe" ou "desce" alterando a imagem em função dos valores dados para A.
B	Gráfico da função "aumenta", e inverte-se se o valor de B for negativo alterando os valores da função no eixo y.
m	Gráfico da função fica "maior" ou "menor", mas a imagem permanece a mesma.

Fonte: Os Autores (2016).

Ao concluir a investigação é importante que os alunos façam justificativas com o uso da linguagem matemática para cada observação que realizaram durante o processo investigativo e em seguida, que o professor analise estas justificativas e as traduza para a linguagem matemática formal, utilizando-se de terminologias adequadas para cada alteração sofrida pela função.

6 Conclusões

O objetivo deste artigo foi apresentar uma atividade realizada em um minicurso, na formação inicial de professores de matemática, que pode ser utilizada em diferentes práticas na Educação Matemática, por outros professores visando o aprendizado do conceito de função cosseno e suas possíveis generalizações, com o auxílio do *software* Geogebra. Relata-se também a importância da utilização das tecnologias digitais na formação de professores de Matemática para que estes futuramente possam mostrar a seus alunos que a Matemática pode ser aprendida de forma investigativa, fazendo uso de um ambiente computacional livre, que pode permite maior assimilação dos conceitos matemáticos, visto que é um *software* dinâmico.

No que se refere ao ambiente computacional, existem indícios que o *software* Geogebra contribuiu para: a) formação inicial de professores; b) construção do conhecimento; c) predisposição nas atividades; d) visão crítica do ensino e aprendizagem.

É importante que o licenciando vivencie tais experiências na formação inicial para que ele tenha uma nova visão sobre a Matemática e aprenda conceitos matemáticos de forma alternativa. Essas intervenções na formação inicial de professores de Matemática podem requerer algumas reflexões sobre como contribuir para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática visando a Educação Matemática num aspecto mais amplo.

Essa ideia de formação do professor de matemática traz a Educação Matemática como local de ruptura de conceitos estabelecidos e gerador de inovações. Segundo Ponte (1992), existem diferentes concepções de natureza cognitiva sobre a Matemática, e são indispensáveis para estruturar o sentido que se dá às coisas.

Portanto, segundo Ponte et al. (1999) o conhecimento profissional está relacionado à ação e este fica muito mais consistente no momento em que o conhecimento acadêmico se articula com o senso comum. Sendo assim, o conhecimento profissional tem como base a experiência e a reflexão deste sobre a experiência e pode-se perceber que na medida em que estas atividades são desenvolvidas no contexto acadêmico, por meio das atividades de investigação, permitem inserir o conhecimento profissional na formação de professores e segundo Schulman (1986) estas ações fazem com que o futuro professor não só conheçam a sua disciplina e princípios pedagógicos, mas os conhece de um modo integrado, baseado nas necessidades existentes em sua prática profissional.

Assim, durante esta atividade, foi observado que os alunos, acadêmicos do curso de Matemática, envolveram-se com o processo investigativo, discutindo alternativas de solução, pesquisando conceitos ainda não aprendidos e revisando conceitos já vistos e tudo isso com o intuito de investigar a situação dada pelo professor e puderam refletir sobre esta forma alternativa de aprendizagem de conceitos envolvendo a função cosseno.

Espera-se que esta atividade de Investigação Matemática proporcione aos professores uma alternativa pedagógica para sua prática diária, podendo ser repetida a mesma atividade ou ainda investigar as demais funções trigonométricas ou ainda outras funções, pois as análises feitas nessa investigação permitiram concluir que a Investigação Matemática favoreceu a participação e o interesse dos alunos em investigar a função cosseno e consequentemente a aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos na atividade e também proporcionou aos discentes uma visão crítica sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

7 Referências Bibliográficas

BICUDO, M. A. Educação Matemática. Rio de Janeiro: LTC, 1987.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. Investigação Qualitativa em Educação. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROCARDO, J. As investigações na aula de matemática: Um projeto curricular no 8º ano, Tese (Doutorado) 645 f., Universidade de Lisboa, 2001.

CHRISTIANSEN, B.; WALTER, G. Task and activity. In B. Christiansen, A. Howson, & M. Otte (Orgs.), Perspective on mathematics education. Doedrecht: Reidel., 1986.

COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOUD, S. A.; SILVA, M. J. F. O desenvolvimento do letramento estatístico a partir do uso do Geogebra: um estudo com professores de matemática. **Revemat**, Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 246-265, 2012.

D'AMBRÓSIO, B. S. Formação de Professores de Matemática para o Século XXI: o Grande Desafio. Pro-Posições, vol. 4, nº 1 [10], mar 1993.

D'AMBRÓSIO, U.; BORBA, M. C. Dynamics of change of mathematics education in Brazil and a

ERNEST, P. Investigações, resolução de problemas e pedagogia. In P. Abrantes, L. C. Leal, & J. P. Ponte (Orgs). Investigar para aprender matemática: Textos seleccionados (p. 25-47). Lisboa: Projecto Matemática Para Todos e APM, 1996.

MENEGHETTI, R. C. G.; REDLING, J. P. Atividades matemáticas alternativas para o ensino de funções: análise de uma aplicação junto a alunos do ensino médio. Experiências em Ensino de Ciências. Acesso em 27 de ago., 2011, http://www.if.ufrgs.br/eenci/artigos/ Artigo_ID51/v3_n1_a2008.pdf.

NEHRING, C. M.; POZZOBON, M. C. C.; PAZUCH, V. Formação de licenciandos em matemática – vivências e experiências de uma situação de ensino. Experiências em Ensino de Ciências. Acesso em 15 de set., 2011, http://www.if.ufrgs.br/eenci/artigos/Artigo_ID106/v5_n2_a2010.pdf.

PAIS, L. C; BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M. Desafios da formação docente inicial e as práticas de estudo na educação matemática escolar. **Revista Margens Interdisciplinar**. v. 7, n. 8, 2013.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. Superintendência da Educação. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**: Matemática. Curitiba: SEED, 2008, p. 1-81.

PONTE, J. P. Concepções dos Professores de Matemática e Processo de Formação. Educação matemática: temas de investigação, Lisboa-Portugal, p. 185-239, ano 1992. Acesso em 20 dez., 2009, http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte(Ericeira).pdf.

PONTE, J. P. et al. A relação professor aluno na realização de investigações matemáticas, Projeto MPT e APM, Lisboa, 1999.

PONTE, J. P. et al. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática, Projeto MPT, Lisboa, 1999.

PONTE, J. P. **Investigar, Ensinar e Aprender**. Actas do ProfMat (CD-ROM, p.25- 39). Lisboa: APM, 2003.

PONTE, J. P., BROCADO, J., OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. 2ª. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

ROSA, C. C. da. **Um estudo do fenômeno de congruência em conversões que emergem em atividades de modelagem matemática no ensino médio**. 143 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009. Scenario of current research. **ZDM Mathematics Education**, Berlim, v. 42, p. 271–279, jun., 2010.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, 15(2), 4-14. 1986.

VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na Educação, In: VALENTE, J. A. (org.), **Computadores e conhecimento, repensando a Educação**. UNICAMP-NIED, p. 1-23, 1993.

WICHNOSKI, P.; KLÜBER, T. E. Um olhar Lakatosiano sobre a tendência investigação matemática. **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.10, n. 1, p. 65-80, 2015.

Recebido em outubro 2016

Aprovado em novembro 2016