

# EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU E SEUS GRÁFICOS: UMA PROPOSTA COM USO DO WINPLOT

Mariana Lopes Dal Ri<sup>1</sup>

Giliane Bernardi<sup>2</sup>

## *Resumo*

Este trabalho relata uma experiência de investigação, aliada à utilização do software winplot para estudo de equações do segundo grau, através da elaboração e observação de seus gráficos e análise dos seus coeficientes em diferentes equações. as atividades foram realizadas com uma turma de oitava série, durante as aulas de matemática. o objetivo central desta pesquisa é explorar a ideia intuitiva de função e analisar a representação gráfica de equações do segundo grau e suas principais características. com a finalidade de auxiliar o trabalho e tornar a aula mais dinâmica, o trabalho apoiou-se no uso do software winplot, aliado a metodologia investigação matemática. essa proposta de ensino permitiu concluir que o winplot é um aliado para introdução e estudo do gráfico da função quadrática e instrumento facilitador do processo de ensino-aprendizagem. nessa perspectiva, o uso da tecnologia contribui com o ensino de matemática, tanto na introdução do novo conteúdo, como para fortalecer conceitos anteriormente abordados com uso de lápis e papel.

**Palavras-chave:** Equações do segundo grau; Investigação matemática; Winplot

## 1 INTRODUÇÃO

Na disciplina de matemática, o estudo de funções inicia-se normalmente no primeiro ano do ensino médio, contudo, já no ensino fundamental os alunos são

---

<sup>1</sup> Mestrado em Ensino de Matemática - Universidade Franciscana – UNIFRA-Professora Instituto Federal Farroupilha

<sup>2</sup> Professora Adjunta do Departamento de Computação Aplicada - DCOM - Universidade Federal de Santa Maria – UFSM-Professora do Programa de Pós Graduação em Tecnologias Educacionais em Rede – PPGTER

confrontados com diversas questões introdutórias, como o estudo de equações e suas resoluções de forma algébrica. Aprendem a resolver algoritmos, mas não compreendem as características envolvidas nas equações ou ainda o que significa encontrar a solução de uma equação.

Com objetivo de explorar a ideia intuitiva de função, já no final do ensino fundamental, a pesquisa foi desenvolvida e aplicada com uma turma de oitava série do ensino fundamental e buscou analisar a representação gráfica de equações do segundo grau e suas principais características. Com a finalidade de auxiliar o trabalho e tornar a aula mais dinâmica o trabalho apoiou-se no uso do *software* Winplot, como instrumento facilitador do processo de ensino e aprendizagem.

Durante a realização das atividades em sala de aula, exploraram-se ainda outras questões, desenvolvidas para cumprir os objetivos específicos. São eles: perceber os diferentes tipos de gráficos de funções quadráticas; fazer associações entre a resolução das equações de forma algébrica e a observação do seu gráfico; visualizar e identificar o que representam, nos diferentes tipos de gráficos, os coeficientes “a” e “c” da equação; observar as características nos gráficos quando o discriminante for negativo, positivo e igual a zero.

Neste artigo, será apresentado, inicialmente, o uso das mídias em sala de aula e o avanço da tecnologia como uma das perspectivas atualmente difundidas e utilizadas em sala de aula, acerca do ensino de matemática. Também serão destacados os principais *softwares* voltados para essa disciplina, com ênfase no Winplot, objeto de estudo do trabalho. Além da fundamentação teórica, é apresentada a metodologia de pesquisa e de trabalho empregadas, seguido das atividades desenvolvidas durante a aplicação do projeto, os resultados obtidos e as reflexões da professora-pesquisadora. Encontram-se ainda outras sugestões de trabalho, com o uso do Winplot para o estudo de equações do segundo grau e funções quadráticas.

## **2 O ENSINO DE MATEMÁTICA MEDIADO POR TECNOLOGIAS**

Muitos professores tem implementado em suas aulas o uso da tecnologia através de *softwares* educacionais, com uma metodologia investigativa, tornando o aluno o próprio construtor do conhecimento através dessa ferramenta. Nesse contexto, os professores podem assumir uma postura de orientadores e mediadores do trabalho em sala de aula, em atividades envolvendo diferentes aplicativos, com objetivos voltados para a aprendizagem.

Contri, Retzlaffi e Klee (2011) relatam, em sua pesquisa, que o uso de *softwares* pode auxiliar estudantes de ensino superior, a desenvolver conteúdos de matemática básica, os quais se destacavam como os mais difíceis de serem compreendidos. Os autores descrevem que os *softwares* matemáticos podem favorecer o desenvolvimento de habilidades e conteúdos de forma mais dinâmica. É possível ainda o trabalho com esses *softwares* aliados à resolução de problemas ou à investigação matemática, propiciando a formulação de conjecturas, análise de resultados e leitura de gráficos. “Percebe-se entre os acadêmicos que, quando se faz o uso de tecnologias em suas aulas, como calculadoras, computadores com *softwares* específicos, o entendimento e a concepção dos assuntos abordados, ficam mais claros” (p. 4).

Contri, Retzlaffi e Klee (2011) realizaram uma busca e organizaram em seu trabalho alguns dos inúmeros *softwares* voltados para o ensino de matemática. Essa pesquisa compreendeu, entre outras coisas, navegação na internet, consulta em revistas e sites especializados, sondagem e troca de e-mails com profissionais da área. Os autores organizaram essa apresentação através da classificação de cada *software* e os agruparam por finalidade: trigonométricos, que permitem o estudo da trigonometria (*Círculo Trigonoétrico, Thales*); geométricos, que permitem o estudo da geometria da geometria analítica e/ou espacial (*GeoGebra, Régua e Compasso, Wingeon*); gráficos, que permitem o estudo de equações e funções (*Graphmática, Winplot*); recreativos, que permitem o desenvolvimento da atenção e do raciocínio lógico (*Torre de Hanói, Winarc*); algébricos, que permitem o estudo de matrizes e sistemas de equações (*Determinante, Winmat, WinMatrix*); de notação matemática, que permite a editoração de fórmulas matemáticas (*MathType*); estatísticos, que permitem o trabalho com tópicos da estatística (*BioStat, Statística*); Multidisciplinares, que permitem o estudo de mais de uma especificidade citada anteriormente (*FreeMat; MatLab, MuPad*).

Analisando a grande diversidade de *softwares* para o desenvolvimento de áreas específicas da matemática, é possível perceber como é viável o uso das tecnologias em nossas aulas. Isso requer pesquisa e dedicação por parte dos professores que optam por essa tendência que está cada dia mais presente em nossa realidade, o que faz dos recursos tecnológicos disponíveis, aliados do trabalho de sala de aula.

Tendo em vista uma proposta que abrangesse a elaboração de gráficos, para o estudo dos coeficientes, em uma equação do segundo grau e, a partir daí, construir com o aluno uma ideia intuitiva de função, o *software* que mais se encaixou com o perfil de trabalho escolhido foi o Winplot. Ele não requer muito conhecimento de programação e

os comandos necessários para a plotagem (construção da imagem correspondente à equação) dos gráficos no plano poderiam ser demonstrados e trabalhados rapidamente, concomitantes as atividades.

A matemática básica, por exemplo, disciplina que é ministrada em vários cursos de graduação, pode ser desenvolvida com auxílio de *softwares* como Winplot. Esse *software* pode ser usado em todos os níveis educacionais e possui recursos que variam de uma simples função de 1º grau, até funções do 3º grau como integrais. É um excelente plotador de gráficos e possui interface gráfica muito boa. (CONTRI, RETZLAFFI e KLEE, 2011, p. 4)

Fazendo uma breve reflexão, o *software* winplot permite ao professor diversas abordagens, desde o ensino fundamental, até o ensino superior.

## 2.1 O Winplot e sua Aplicação na Educação

O Winplot<sup>3</sup> é um *software* livre, que permite a construção de gráficos em 2D e 3D. Foi desenvolvido pelo Professor Richard Parris, da Philips Exeter Academy, por volta de 1985. Escrito em C, chamava-se PLOT e rodava no antigo DOS. Com o lançamento do Windows 3.1, o programa foi rebatizado de "Winplot". A versão para o Windows 98 surgiu em 2001 e está escrita em linguagem C++ (CONTRI, RETZLAFFI e KLEE, 2011).

Faria e Martinez (2009) realizaram uma pesquisa, que tinha como finalidade analisar a contribuição do *software* Winplot para a melhoria do ensino e aprendizagem de funções reais e geometria analítica. Nela, os autores trabalharam inúmeras atividades e buscaram a utilização do Winplot como ferramenta promotora de interatividade entre alunos, professor e máquina de forma que o aluno, além de aprender sobre o conteúdo matemático pudesse ainda desenvolver habilidades como criticidade, criatividade e autonomia. Ao final de sua proposta, com uso do Winplot, Faria e Martinez (2009) concluíram que,

o uso de ferramentas como o Winplot podem auxiliar, de fato, na compreensão das transformações gráficas, pois além da visualização rápida, permitiram que os alunos trabalhassem com animações, recurso difícil de se fazer em ambiente lápis e papel. Essas animações fizeram com que os alunos percebessem a importância do genérico e do efeito imediato no gráfico, à medida que parâmetros e coeficientes iam sendo alterados. (FARIA e MARTINEZ, 2009, p.18)

Considerando a colocação acima, a escolha pelo *software* Winplot se mostrou apropriada, visto que o trabalho estava voltado para uma turma de oitava série, ele vinha de encontro com a proposta de trabalho por alguns motivos bem simples: totalmente

---

<sup>3</sup> Disponível em <http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>

gratuito; de fácil acesso; simples utilização; diversos ícones de ajuda; rápida representação; e versão disponível em português. Essas comodidades favoreceram as questões matemáticas, que devem ter maior relevância, pois uma vez que os alunos conseguem manusear com facilidade o programa, estão mais disponíveis a analisar, comparar e elaborar conjecturas sobre o que estão manipulando e criando.

### **3 ABORDAGEM METODOLÓGICA**

A metodologia aqui empregada foi de investigação. Para tanto se fez necessária à participação ativa dos alunos onde eles foram capazes de elaborar hipóteses, assim como construir e analisar relações entre as equações e os gráficos que as representavam.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 14), quando descrevem o processo de investigação, relatam a experiência de Poincaré e descrevem o desenrolar dessa experiência em três fases distintas: “uma primeira fase de compilação de informação e experimentação, sem produzir resultados palpáveis, seguida de uma fase de iluminação súbita e, finalmente, uma terceira fase de sistematização e verificação dos resultados”. Durante um trabalho de investigação, os autores ainda ressaltam os momentos de uma atividade de investigação, que englobam um momento de exploração e formulação de questões, uma etapa para a organização dos dados e formulação de conjectura, a realização de testes e reformulação das conjecturas e, finalmente, um momento para avaliação dos resultados.

A proposta de investigação, objeto deste artigo, foi realizada e preparada para uma turma de oitava série, composta por 28 alunos do ensino fundamental estadual de um determinado município e totalizou quatro horas aula da disciplina de matemática. Todas as atividades foram realizadas em um dos laboratórios de informática da escola, uma estrutura com vinte e cinco computadores. Foi ainda utilizado no local um projetor multimídia (que é móvel) e pode ser instalado no próprio laboratório para facilitar a sequência das atividades. A instalação ocorreu na mesma data em que foi verificada a capacidade e compatibilidade dos aparelhos, num dia anterior a realização da atividade, que levou um total de duas horas. Cabe salientar que o executor deste projeto não é o professor regente desta classe, tendo conseguido permissão para realizar esta atividade junto à direção e professora da turma.

Inicialmente foi retomado o conteúdo “Equações do Segundo Grau” com a finalidade de sanar quaisquer dúvidas acerca de sua resolução, assim como as características norteadoras do mesmo. Isso se fez necessário para que os estudantes

envolvidos pudessem alcançar os objetivos traçados na atividade de laboratório e utilização do aplicativo, como elaborar hipóteses e conjecturas enquanto exploravam o *software*. É importante ressaltar que a execução de toda atividade ocorreu por meio de uma apresentação de slides, com auxílio de recurso multimídia disponível na instituição.

Após essa breve retrospectiva, os alunos foram convidados a acessarem o *software* Winplot em seus computadores. Essa proposta se deu com auxílio de projetor multimídia no próprio laboratório de informática e a orientação fornecida aos estudantes pode ser observada nas figuras 1, 2 e 3.

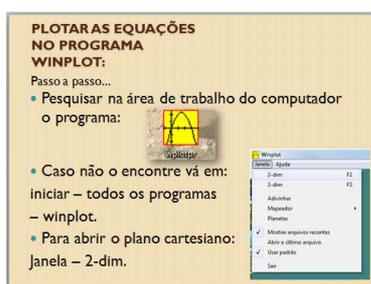


Figura 1 – Como abrir o *software* Winplot.

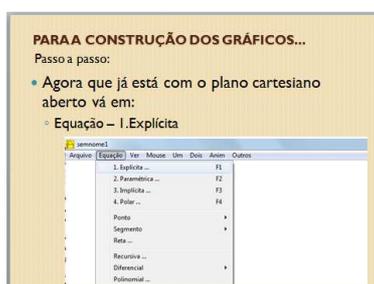


Figura 2 – Como abrir o plano cartesiano.

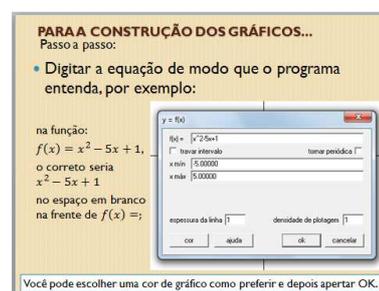


Figura 3 – Como plotar uma equação.

Em seguida, foram apresentadas aos alunos as equações que eles deveriam plotar com auxílio do *software*, elas podem ser observadas na figura 4, slide apresentado aos alunos na sequência da atividade. Com auxílio da professora-pesquisadora, os alunos plotaram as seis equações solicitadas e, no decorrer da aula, foram instigados a observar características relevantes que os gráficos apresentavam, em relação aos seus coeficientes e ao discriminante.

Depois de um determinado tempo, onde os alunos livremente fizeram suas observações, foram então convidados a discutir de forma colaborativa em sala de aula, três questões propostas pela professora-pesquisadora, sendo que essas questões nortearam o trabalho em sala de aula e estão expostas na figura 5.

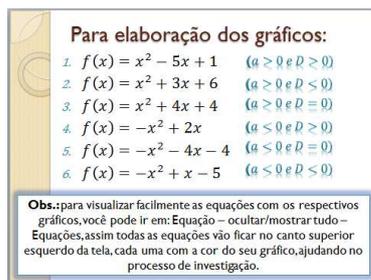


Figura 4 – Equações plotadas no Winplot.

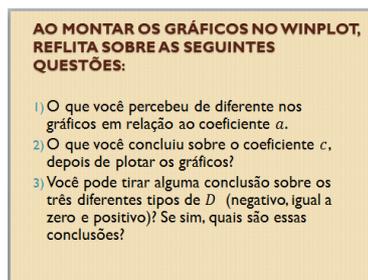


Figura 5 – Questões norteadoras da proposta com uso do Winplot.

Por fim, após o momento de discussão, os alunos acompanharam a apresentação dos seis gráficos que correspondiam às equações estudadas em aula e algumas considerações realizadas pela professora-pesquisadora.

#### 4 ANÁLISE E REFLEXÃO DOS RESULTADOS

Logo no começo do trabalho, os alunos demonstraram conhecer o que eram equações do segundo grau e relataram que já trabalharam com elas nas aulas de matemática. Eles mencionaram o uso da fórmula de báskara para solução da equação e demonstraram conhecerem os coeficientes, mas de forma superficial. Quando questionados sobre as duas raízes, o discriminante ou ainda sobre o que, de fato, significavam na fórmula os coeficientes, eles ficaram curiosos e relataram não terem conhecimento sobre isso. Cabe lembrar que estas indagações iniciais eram importantes para melhor situar a pesquisadora, que não era a professora titular da turma (fato já mencionado na seção anterior) e, por conta disso, não tinha conhecimento prévio detalhado dos conteúdos já trabalhados pelos alunos da turma.

Na sequência, ao executar o *software* e seguir as instruções que estavam sendo solicitadas, os alunos demonstraram bastante tranquilidade e a fizeram de maneira satisfatória. Compreenderam os comandos e a proposta inicial de abrir o plano cartesiano. Quando as equações foram apresentadas aos alunos, eles conseguiram identificá-las e, seguindo as instruções, iniciaram as plotagens. Alguns alunos solicitaram ajuda, mas logo já conseguiram sanar suas dificuldades. Esse foi um momento bastante interativo, os colegas acabaram se ajudando, explorando o *software* e diversificando suas construções.

Finalizado o momento de construções, iniciou-se o momento de observações, quando foi percebido que eles não conseguiram se expressar no que se referia as principais características apresentadas pelos gráficos construídos. Com isso, de forma colaborativa, foi analisado o primeiro gráfico, que pode ser observado na figura 6. Nesse momento, questões como eixos, raízes, coeficientes e discriminantes foram novamente comentados pela professora-pesquisadora. Com isso, foi solicitado que comparassem essa construção com as duas seguintes, que podem ser visualizadas nas figuras 7 e 8.

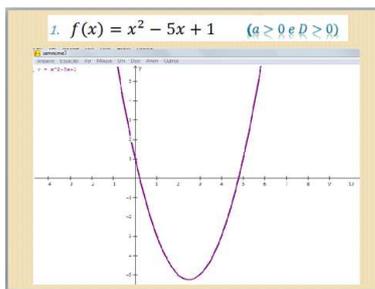


Figura 6 – Representação gráfica da primeira equação.

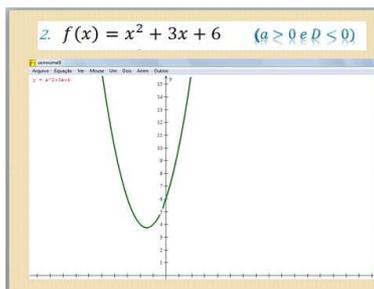


Figura 7 – Representação gráfica da segunda equação.

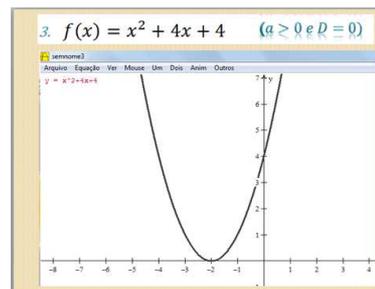


Figura 8 – Representação gráfica da terceira equação.

A partir da comparação das três construções os alunos já foram capazes de elaborar algumas considerações: - *as três possuem a mesma curva*; - *uma está mais para cima, outra mais para baixo*; - *uma não encosta no eixo das abscissas*; - *uma encosta em apenas um ponto*.

A partir daí, foi solicitado que observassem o sinal do coeficiente  $a$  e do discriminante e novamente relatassem suas conclusões. Nesse momento, alguns alunos perceberam a relação existente entre o gráfico e o discriminante, comparando com o que já sabiam, a partir de resoluções algébricas: - *Quando o discriminante é maior do que zero existem duas soluções, por isso o gráfico corta o eixo do  $x$  duas vezes*; - *quando o discriminante era igual a zero, a solução era única, por isso corta o eixo do  $x$  apenas uma vez*.

Percebeu-se que alguns dos alunos encontraram certa dificuldade em fazer a relação entre a resolução algébrica e o gráfico, mas por fim, acharam bem interessante. Na sequência foram convidados a analisar e considerar os outros três gráficos, que podem ser observados nas figuras 9, 10 e 11.

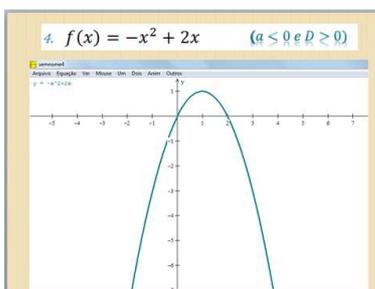


Figura 9 – Representação gráfica da quarta equação.

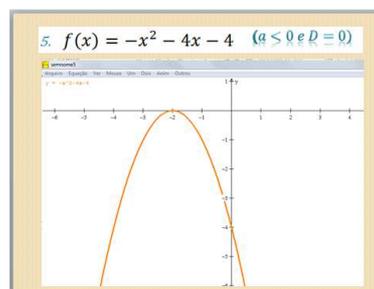


Figura 10 – Representação gráfica da quinta equação.

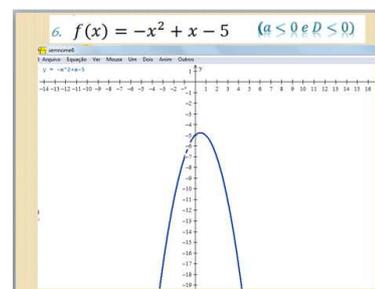


Figura 11 – Representação gráfica da sexta equação.

Observados esses outros três gráficos alguns comentários foram surgindo: - *esses três gráficos estão ao contrário das três primeiras*; - *acontece o mesmo em*

relação ao discriminante, quando é positivo, corta duas vezes o eixo  $x$ , quando é negativo, não corta e quando é igual a zero corta apenas uma vez; - mas porque esses gráficos estão virados?

Esse último comentário, ou melhor, questionamento, foi o que a professora-pesquisadora ressaltou aos alunos e, mais uma vez, solicitou que observassem a equação, principalmente o coeficiente  $a$ . A partir daí, os alunos, logo concluíram que a concavidade da parábola dependia do sinal do coeficiente  $a$ .

Seguindo a proposta, as três questões norteadoras deram destaque para observações em relação ao discriminante e aos coeficientes  $a$  e  $c$ . A partir daí os alunos começaram a refletir sobre o coeficiente  $c$  e então perceberam que ele estava relacionado ao eixo das ordenadas.

Juntamente com a professora-pesquisadora e, de forma participativa, os alunos acompanharam as conclusões apresentadas. Elas podem ser visualizadas nas figuras 12, 13 e 14.

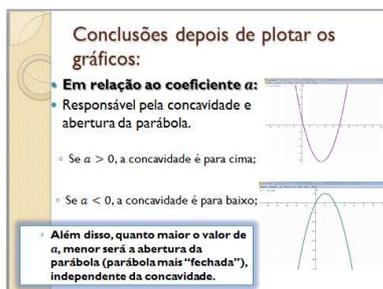


Figura 12 – Conclusões em relação ao coeficiente  $a$ .

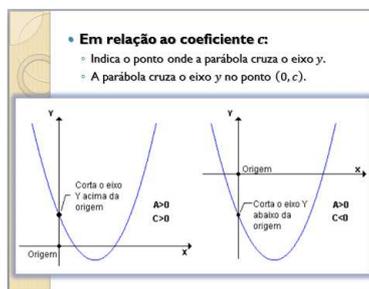


Figura 13 – Conclusões em relação ao coeficiente  $c$ .

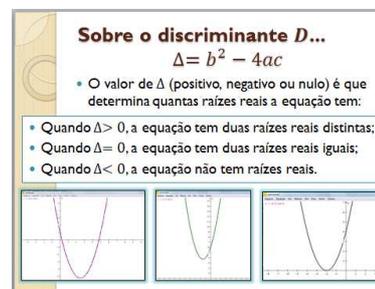


Figura 14 – Conclusões em relação ao discriminante  $D$ .

Por fim, os alunos foram questionados sobre o trabalho e relataram gostar de atividades diversificadas. Comentaram que eles conseguiram participar mais da aula, uma vez que foram eles que construíram os gráficos, permitindo uma compreensão mais ampla das características que permeavam o conteúdo abordado.

Além disso, o *software* propiciou motivação e fez com os alunos ficassem envolvidos na aula, de forma participativa, independente e criativa. O *software* configurou-se como instrumento facilitador da aula, pois permitiu uma melhor compreensão do conteúdo trabalhado, assim como um ganho de tempo na construção,

comparação e estudo de gráficos de funções quadráticas, se mostrando eficaz para esse tipo de abordagem em matemática.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para os objetivos aos quais o trabalho se propôs, explorar a ideia intuitiva de função a partir da construção e análise dos diferentes tipos de gráficos de funções quadráticas, o *software* escolhido correspondeu as expectativas, pois os alunos conseguiram realizar as atividades com tranquilidade. Eles conseguiram fazer associações entre o que já sabiam acerca do tópico abordado, com o que estava sendo apresentado em aula, percebendo o significado dos coeficientes “ $a$ ” e “ $c$ ” e do discriminante  $D$ .

Cabe ressaltar que essa proposta não é de substituir o ensino tradicional, mas sim complementá-lo. É interessante que o professor utilize diferentes abordagens quando trabalha um determinado conteúdo, pois os alunos desenvolvem habilidades distintas. Nesse contexto, cabe ao professor trazer novas possibilidades e diferentes abordagens, e o trabalho realizado e aqui relatado foi de auxiliar o estudante a ter uma visão mais ampla do conteúdo abordado na disciplina de matemática.

Introduzir o gráfico de uma função quadrática a partir do estudo de equações do segundo grau através da construção de gráficos com uso do Winplot foi uma proposta que dinamizou a aula e, do ponto de vista dos alunos envolvidos, proporcionou um novo olhar para a disciplina de matemática. A aula foi bem dinâmica, os alunos se envolveram e não encontraram dificuldades no caminho. Uma das razões para isso deve-se ao fato de que o Winplot é um *software* de fácil manuseio, mas não menos interessante.

O *software* possui ainda outros comandos, os quais não foram utilizados nessa proposta de trabalho e que pode com certeza enriquecer as aulas de matemática, nas quais se necessite construir e explorar gráficos, nos diferentes níveis de ensino. Assim, além da proposta de trabalho realizada em sala de aula e relatada neste artigo, podem-se incluir outras atividades com uso do Winplot para o estudo dos gráficos de equações do segundo grau (ou funções quadráticas), que podem ser propostas como sugestão de trabalho: explorar o coeficiente  $b$ , com exemplos de funções quadráticas onde  $b > 0$ ,  $b < 0$  e  $b = 0$ ; explorar ainda mais o coeficiente  $a$ , como por exemplo, a relação

entre o seu valor absoluto e a abertura da parábola; introduzir outros conceitos como vértice da parábola, fazendo relações com valor máximo ou valor mínimo da função; trabalhar de maneira mais independente, solicitando que os próprios alunos plotem outros exemplos e escrevam suas próprias considerações a respeito delas.

## REFERÊNCIAS

CONTRI, Rozelaine de Fatima Franzin; RETZLAFF, Eliani; Klee, Luiz Alberto. Uso de softwares matemáticos como facilitador da aprendizagem. In: **II Congresso Nacional de Educação Matemática (CNEM) e IX Encontro Regional de Educação Matemática (EREM)**. UNIJUÍ. 2011. Disponível em <<http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/cc/PDF/CC45.pdf>>. Acesso em: 23 de nov. de 2014.

FARIA, Afonso Luis Souza; MARTINEZ, Marcio Demetrius. Explorando o software Winplot em conteúdos de matemática do ensino médio. In: **Simpósio de Educação Matemática de Nova Andradina–SEMANA**, 2009. Nova Andradina: UEMS, outubro de 2009. Disponível em <[http://www.uems.br/semana/2009/Trabalhos/tc\\_08.pdf](http://www.uems.br/semana/2009/Trabalhos/tc_08.pdf)>. Acesso em: 25 de novembro de 2014.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

**Recebido em Abril 2015**  
**Aprovado em Junho 2015**