

# LINGUAGEM LOGO: EXPLORANDO CONCEITOS MATEMÁTICOS

Vanderlei Rodrigues Gregolin  
Professor Assistente Doutor da FCLAr/Unesp/Araraquara  
e-mail: [vgregolin@terra.com.br](mailto:vgregolin@terra.com.br)

## RESUMO:

A linguagem computacional Logo, criada por Seymour Papert, pode contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos com compreensão, mesmo nas interações iniciais de crianças. Uma tartaruga pode ser movimentada na tela do computador através de comandos digitados: riscando, apagando, pintando. Essas ações são propostas relacionando posições, distâncias, ângulos, comandos da linguagem.

A apresentação de alguns conceitos e procedimentos matemáticos, discutidos na minha Dissertação de Mestrado (GREGOLIN, 1994), objetiva incentivar o uso da linguagem Logo como ferramenta para a exploração de conceitos matemáticos.

Algumas características da linguagem Logo e da implementação BetaLogo são apresentadas.

Palavras-chave: **Logo, Educação Matemática**

## 1. INTRODUÇÃO

Seymour Papert trabalhou com Piaget durante cinco anos, com a atenção voltada para as crianças, a natureza do pensamento e como as crianças se tornam pensadores. Em 1964, mudou-se para o MIT (Massachusetts Institute of Technology - EUA), um mundo de cibernética e computadores. Sua atenção ainda estava focalizada na natureza do pensamento, mas agora se volta à preocupação imediata relacionada ao problema da Inteligência Artificial<sup>1</sup>: como fazer máquinas que pensem?

A partir da reflexão simultânea de como as crianças pensam e como os computadores poderiam *pensar*, Papert planejou uma linguagem computacional que deveria ser apropriada para crianças, mas que não fosse uma *linguagem de brinquedo*. Deveria ter o *poder*<sup>2</sup> das linguagens profissionais e também constituir em fáceis vias de acesso para principiantes sem domínio da matemática. O nome LOGO foi escolhido para a nova linguagem.

Dois grandes temas orientaram as investigações de Papert sobre computadores e educação: as crianças podem aprender a usar computadores habilmente e essa aprendizagem pode mudar a maneira como elas conhecem as coisas. Propõe que as idéias incorporadas através do uso da linguagem LOGO não se limitem ao uso do computador:

O papel que atribuo ao computador é o de um portador de *germes* ou *sementes* culturais cujos produtos intelectuais não precisarão de apoio tecnológico uma vez enraizados numa mente que cresce ativamente. (PAPERT, 1985, p.23)

---

<sup>1</sup> Segundo Papert, a Inteligência Artificial tem como objetivo construir máquinas para desempenhar funções que seriam consideradas inteligentes se desempenhadas por pessoas e, para isso, requer reflexões não apenas sobre a natureza das máquinas, mas também sobre a natureza das funções inteligentes a serem desempenhadas.

<sup>2</sup> Poder como capacidade de processamento e recursos disponíveis ao usuário.

Desde sua origem, o grupo LOGO do MIT, em lugar de atrair a atenção dos professores para os conhecimentos a serem transmitidos, foi orientado para uma visão epistemológica e insistiu sobre a importância de construir *ambientes de aprendizagem*, numa perspectiva piagetiana.

“Os ambientes intelectuais oferecidos às crianças pelas sociedades atuais são pobres em recursos que as estimulem a pensar sobre o pensar, aprender a falar sobre isto e testar suas idéias através da exteriorização das mesmas. O acesso aos computadores pode mudar completamente esta situação. Até o mais simples trabalho com a tartaruga pode abrir novas oportunidades para tornar mais acurado nosso ato de pensar sobre o pensar: programar a tartaruga começa com a reflexão sobre como nós fazemos o que gostaríamos que ela fizesse; assim, ensiná-la a agir ou pensar pode levar-nos a refletir sobre nossas próprias ações ou pensamentos" (PAPERT, 1985, p.45).

Papert, desde criança, habituou-se a pensar em termos de esferas giratórias e de estabelecer cadeias de causa e efeito. Apropriou-se dessas *engrenagens* que sempre usou como *objeto-de-pensar-com*. Apaixonou-se pelas engrenagens. Sua tese é que o interesse que as engrenagens não conseguem despertar nas crianças, o computador consegue. Na linguagem LOGO, o *objeto-de-pensar-com* é uma *tartaruga*, que executa os comandos a ela transmitidos. A *tartaruga* desperta interesse por ser fácil de programar e boa para se pensar.

## 2. METODOLOGIA DE TRABALHO COM O LOGO

Em LOGO, basicamente, pode-se trabalhar de duas maneiras:

a) Modo direto ou pilotagem: a *tartaruga* executa imediatamente cada instrução que se digita no teclado.

b) Modo programa: consiste em ampliar o vocabulário da *tartaruga*. Novos comandos podem ser obtidos, através do comando APRENDA, com execução similar aos comandos primitivos<sup>3</sup>. Esses procedimentos ou programas podem ser arquivados e, posteriormente, recuperados.

Atribui-se um nome ao procedimento que será construído. Durante a edição do procedimento, digitam-se os comandos que serão executados através do nome que foi dado. A *tartaruga* permanece parada.

A ação de construir um procedimento é chamada *ensinar a tartaruga*. Se é solicitado à *tartaruga* que execute QUADRADO e nenhum procedimento com esse nome foi construído, a mensagem "ainda não aprendi QUADRADO" é escrita. Ao terminar a construção do procedimento QUADRADO, a mensagem "QUADRADO definido" é mostrada.

Uma parte do vocabulário da linguagem LOGO se destina a proporcionar meios simples para o tratamento de problemas espaciais. Para isso emprega recursos que, em seu conjunto, são chamados GEOMETRIA DA TARTARUGA - termos propostos por ABELSON e DISESSA (1981).

A geometria da *tartaruga* é um estilo *computacional* de geometria. A *tartaruga* é a entidade fundamental dessa geometria, similar ao *Ponto* da geometria Euclidiana.

Um ponto é definido como uma entidade que tem uma posição e nenhuma outra propriedade - não tem cor, não tem tamanho e nem forma. A *tartaruga* tem orientação: está em algum lugar (tem sua posição) e voltada para alguma direção (sua direção). A criança pode identificar-se com a *tartaruga*. Pode usar seus conhecimentos sobre seu corpo e de como se move para explorar a geometria formal.

---

<sup>3</sup> Comandos primitivos são os comandos que já estão disponíveis quando a linguagem LOGO é carregada na memória do computador.

Na geometria da tartaruga o computador é usado como um meio de expressar-se matematicamente. Aprende-se uma linguagem para falar sobre formas e fluxos de formas, sobre velocidade e graus de variações, sobre processos e procedimentos.

## **SOBRE O BETALOGO**

O software Logo tem inúmeras versões: algumas podem ser adquiridas e outras estão disponíveis para download gratuito. No Brasil, a versão gratuita Super Logo 3.0 foi traduzida de original americano pelo Núcleo de Informática Educacional (NIED) da Unicamp – SP (2000) e está disponível no endereço:

<http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/pub.php?classe=software>

Artigos sobre a linguagem Logo também estão disponíveis no NIED, no endereço: <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes>. Foi grande a contribuição dos pesquisadores do NIED para a vinda e o uso da linguagem Logo no Brasil.

O BetaLogo é uma implementação Logo gratuita que altera alguns e acrescenta outros comandos ao SuperLogo 3.0. A versão atual, 1.4, é de 2007 e está disponível no endereço: <http://www.fclar.unesp.br/betalogo>.

Os novos comandos do BetaLogo, em relação ao SuperLogo, exigem acentuação correta nos nomes dos comandos com grafia acentuada, acrescentam comandos para abrir arquivos de sons e filmes, facilitam a criação de animações e a alteração da figura da tartaruga, acrescentam cores com nomes e números definidos, possibilitam preservar e recuperar desenhos e estados da tartaruga.

As indicações de comandos, neste texto, referem-se ao BetaLogo.

Na figura a seguir, o BetaLogo sendo executado:

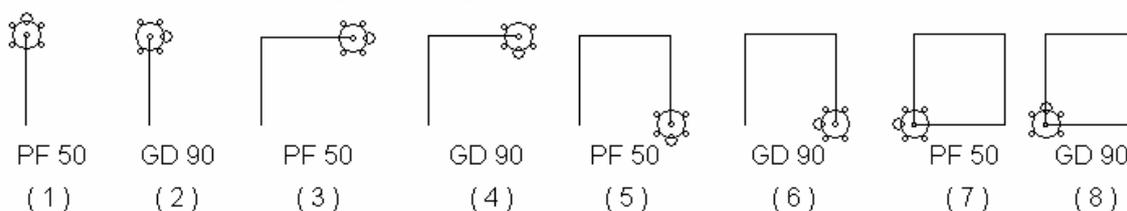


### 3. CONTRIBUIÇÕES DO LOGO NA APRENDIZAGEM DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

Interagir com a tartaruga Logo pode contribuir na construção de conceitos matemáticos, muitas vezes de forma intuitiva. Conceitos podem ser explorados até mesmo antes de serem apresentados formalmente, possibilitando a descoberta de relações matemáticas importantes. Seguem algumas possibilidades que podem ser encaminhadas para a exploração de conceitos matemáticos.

Os primeiros comandos explorados são, geralmente, PF, PT, GD e PE – forma abreviada de ParaFrente, ParaTrás, GireDireita e GireEsquerda

Para desenhar um quadrado, pode-se comandar:



Com esses comandos, a tartaruga sai de um ponto, anda 50 passos para desenhar cada lado, gira 90 graus em cada vértice, desenhando um quadrado e retornando ao ponto inicial. O último comando GD 90 não é necessário para desenhar o quadrado, mas coloca a tartaruga em sua direção inicial.

Os comandos necessários para que a tartaruga desenhe o quadrado podem (mas não devem) ser *entregues*. Muita matemática pode ser investigada se explorações forem permitidas. O erro pode ser trabalhado como possível caminho para o acerto.

Em (1), quem comanda a tartaruga pode relacionar a distância de 50 passos de tartaruga com as dimensões da tela; em (2), o ângulo reto pode ser *descoberto*; em (5), deve-se coordenar 2 referenciais: o próprio e o da tartaruga: o giro deve ser para a direita (da tartaruga) que é para nossa esquerda.

A tartaruga risca ao andar, mas pode se deslocar sem riscar ou apagando. As cores do fundo, com que ela risca ou pinta podem ser alteradas.

O comando REPITA pode ser usado para fazer uma síntese de grupos de comandos: REPITA 4 [PF 50 GD 90] faz o mesmo quadrado.

Pode-se ensinar QUADRADO à tartaruga:

Aprenda quadrado

REPITA 4 [PF 50 GD 90]

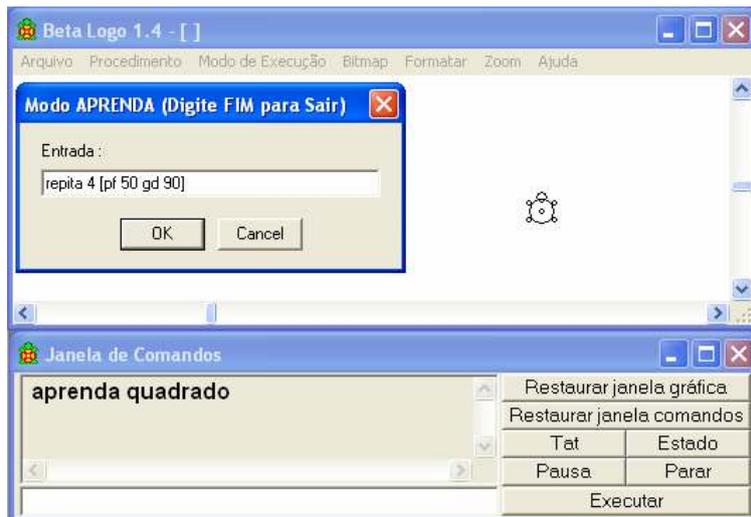
Fim

Quadrado definido

O que é ensinado – QUADRADO – é chamado *procedimento*, com funcionamento semelhante aos comandos iniciais do Logo: digitando-se QUADRADO e [Enter] o quadrado de quatro lados de 50 passos é desenhado.

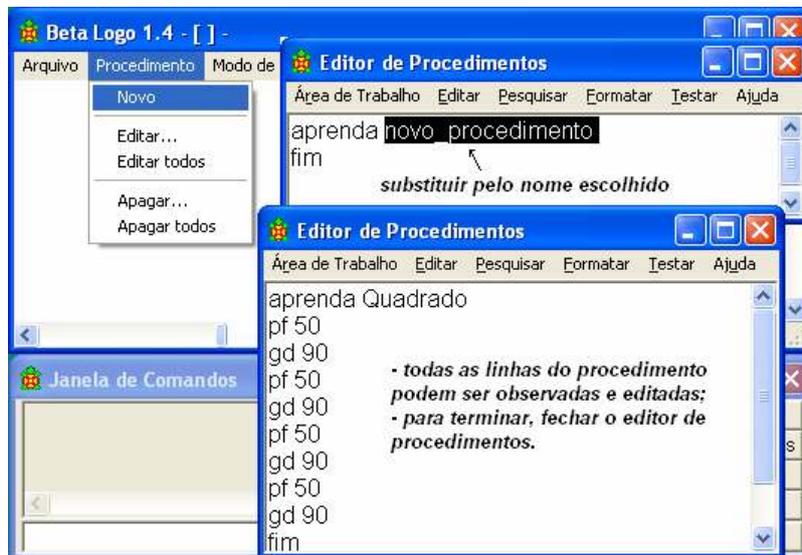
#### ENSINADO UM PROCEDIMENTO:

1) Através do comando APRENDA, digitado na linha de comandos, seguido do nome escolhido. Uma caixa de entrada é apresentada – cada comando deve ser digitado seguido de [Enter] ou clique na tecla [OK]. Após o [Enter] ou [OK] os comandos digitados na linha de entrada não são mais visíveis. Para terminar o procedimento, a palavra *fim* deve ser digitada.

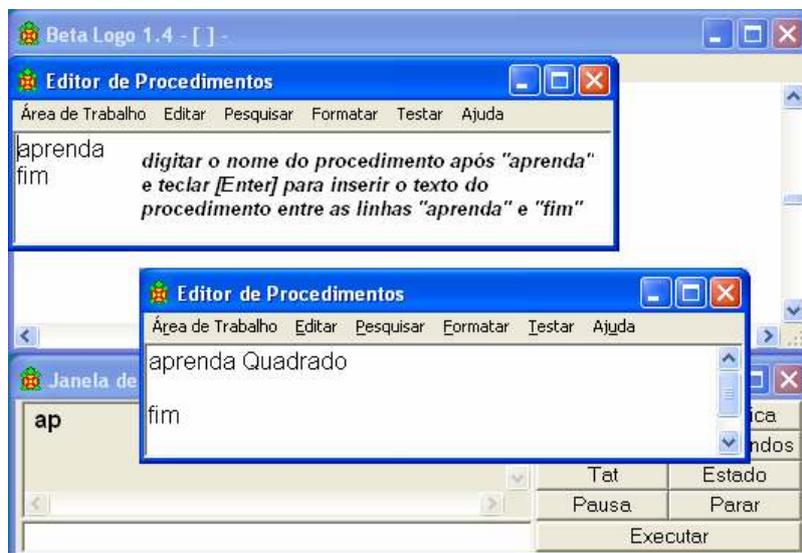


2) Digitando o texto do procedimento diretamente no Editor de Procedimentos, que pode ser aberto:

- na barra de menu:



- digitando AP na linha de comandos:



## SISTEMAS REFERENCIAIS

José Armando e Ann Valente (1988) destacam as características LOCAL da geometria da *tartaruga* e GLOBAL da geometria Cartesiana.

A Geometria da *tartaruga* é LOCAL: as construções de figuras se dão a partir da posição e direção da *tartaruga* e quem conta a história do que a *tartaruga* fez é sua trajetória.

A Geometria Cartesiana é GLOBAL: os eixos cartesianos fornecem o referencial a partir do qual as figuras são descritas. As coordenadas funcionam como um sistema global ao qual todos os pontos são referenciados.

A qualquer momento, a *tartaruga* está numa posição apontando para uma direção. Com os comandos PARAFRENTE ou PARATRÁS alteramos sua posição e com PARADIREITA ou PARAESQUERDA, sua direção. Essas alterações no estado da *tartaruga* se dão em relação a ela, ao seu estado anterior. Temos, então, o referencial na *tartaruga*.

O *se fazer tartaruga*, simulando seu movimento, leva a uma exploração das figuras geométricas de uma forma pouco usual e muito rica. Desenhar um quadrado é levar a *tartaruga* a se movimentar segundo um plano, testado física ou mentalmente. O que se pensa pode ser testado no desenho feito pela *tartaruga*. Também as ações não previstas são elementos de reflexão.

O sistema referencial cartesiano pode ser explorado através dos comandos MUDEPOS (mude para a posição de coordenadas), MUDEX (mude sua ordenada para X), MUDEY (mude sua abscissa para Y), POSIÇÃO (coordenadas do ponto onde se encontra a *tartaruga*), COORX (coordenada X, ordenada), COORY (coordenada Y, abscissa).

A origem do sistema de referências é o centro da tela, com coordenadas [0 0].

Pontos à direita do centro têm ordenada positiva e, à esquerda, negativa. Pontos acima do centro têm abscissa positiva e, abaixo, negativa.

Os desenhos, usando esse sistema, são feitos deslocando-se a *tartaruga* de um ponto para outro, através das coordenadas do segundo. Não são necessárias nem a direção nem a distância entre pontos que são posições sucessivas da *tartaruga*.

Na escola, a representação do sistema cartesiano é feita através de dois eixos perpendiculares, X e Y, que se cruzam na origem (zero) dos dois eixos. A cada ponto do plano determinado por esses eixos é associado um par ordenado de números (do conjunto de números estudado na série: números inteiros ou reais). Esse par ordenado é representado entre parênteses: (50, 30), correspondendo à representação [50 30] na linguagem LOGO.

Com os comandos MUDEX e MUDEY, pode-se “decompor” a mudança de posição na horizontal e na vertical, o que pode auxiliar na compreensão do sistema cartesiano.

Quem comanda *tartaruga* pode explorar seu próprio referencial, o referencial da *tartaruga* e o referencial cartesiano.

Um quadrado suando MUDEX e MUDEY:



## DISTÂNCIAS

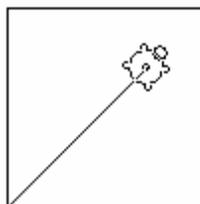
Para pintar, a *tartaruga* deve se posicionar no interior da figura (fechada), sendo necessária uma relação entre as dimensões da figura e o posicionamento da *tartaruga*.

Com o comando DISTÂNCIA [coorx coory] (ou DIST) pode-se obter a distância da *tartaruga* ao ponto de coordenadas COORX e COORY. Esse comando pode ser usado para conferir distâncias.

Estimativas podem ser incentivadas e testadas nas construções com a *tartaruga*.

Uma atividade interessante é a determinação da medida da diagonal de um quadrado, passo a passo de *tartaruga*. É comum que a *tartaruga* seja comandada a andar, a princípio e na direção da diagonal, a medida do lado, como na figura a seguir:

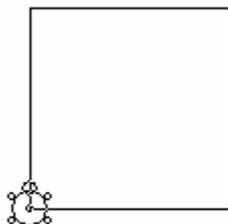
Repita 4 [pf 100 gd 90]  
GD 45  
PF 100



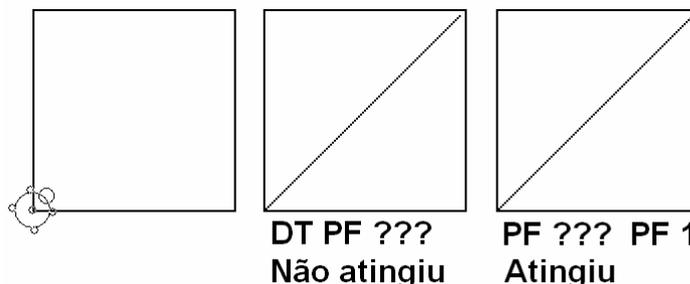
## NÚMEROS DECIMAIS

Desenhando a diagonal de um quadrado, números decimais podem ser investigados de forma compreensível. Por exemplo, na atividade a seguir:

1. Construa um quadrado de 100 passos de lado, a partir do centro da tela, como na figura:



2. Qual é o maior número de passos que a *tartaruga* anda na diagonal do quadrado sem atingir o vértice oposto? É interessante “esconder” a *tartaruga* com o comando DT (desapareçatartaruga)



3. Determine o maior número de passos que a *tartaruga* anda sem atingir o vértice oposto andando, também, décimos de passos. Observe que o separador da parte decimal, no BetaLogo, é o ponto e não a vírgula: PF 5.3 para que ande 5 passos mais 3 décimos de passo.
4. Determine o maior número de passos que a *tartaruga* anda sem atingir o vértice oposto andando, também, centésimos de passos.
5. Determine o maior número de passos que a *tartaruga* anda sem atingir o vértice oposto andando, também, centésimos de passos.

Qualquer que seja o número de casas decimais, o “momento” que a tartaruga “fecha” a diagonal é percebido; a tartaruga pode voltar a caminhar toda a diagonal ou andar a partir de onde parou. Além de números decimais, a própria compreensão de quem interage pode ser explorada de uma forma que dificilmente é possível sem o auxílio da tartaruga.

## ÂNGULOS

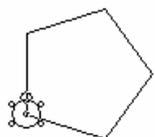
A tartaruga gira ângulos, em graus, ao executar os comandos GD (gire para a direita) e GE (gire para a esquerda). A conceituação de ângulo pode ser facilitada ou enriquecida desenhando e ajustando os giros da tartaruga nas construções pretendidas. Para avaliar ângulos em desenhos já feitos ou objetos quaisquer, o movimento da *tartaruga* (giro) pode ser lembrado e imitado, tornando mais concreta a idéia de ângulo. A medida de ângulos pode ser conferida com o comando ÂNGULO (ou ANG), que tem como entrada três listas com as coordenadas de três pontos, sendo o segundo o vértice. As listas são objetos Logo que contém outros objetos Logo, entre colchetes.

Pode-se comandar: MOSTRE ANG [0 100] [0 0] ][100 0] para que a medida do ângulo formado pelos três pontos seja mostrada; o ponto [0 0] é o vértice do ângulo.

## O TEOREMA DO GIRO COMPLETO

A tartaruga gira 360 graus para dar uma volta completa. Esse fato não precisa ser apresentado a quem interage com a tartaruga: pode ser descoberto. Esse conhecimento é uma ferramenta poderosa para as construções pretendidas e, se descoberto, aumenta o prazer de brincar com a tartaruga e buscar relações nas construções pretendidas.

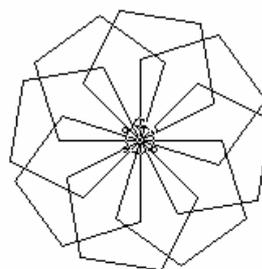
Para desenhar um polígono, a tartaruga gira em cada vértice o ângulo externo do polígono e, para fechá-lo e voltar para a posição e direção iniciais, gira uma volta completa – 360 graus. Para desenhar vários polígonos e fechar a figura formada, os giros “entre polígonos” também completam uma volta completa:



**repita 5 [pf 50 gd 72]**

**Aprenda Pentágono  
Repita 5 [pf 50 gd 72]  
fim**

**Pentágono definido**



**Repita 5 [Pentágono gd 45]**

## CIRCUNFERÊNCIA

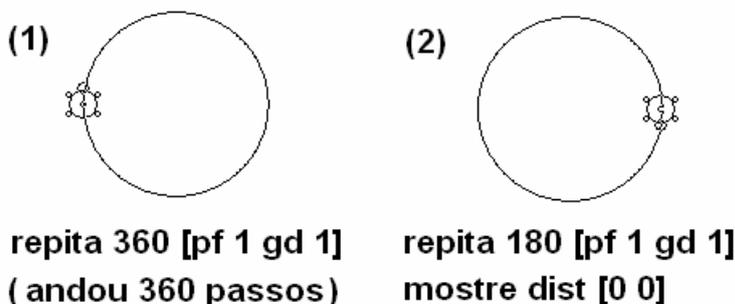
O comando CIRCUNFERÊNCIA (ou CIRC) tem uma entrada, a medida do raio e pode ser usado para a construção de circunferência com a tartaruga em seu centro.

É interessante a construção de circunferência passo a passo de tartaruga, ou seja, comandando a tartaruga para que ande desenhando uma circunferência.

Pode ser sugerido a quem pretende desenhar que “ande” uma circunferência para pensar nas ações necessárias: andar um pouquinho e girar um pouquinho.

Polígonos com muitos lados tendem à circunferência e esse fato permite explorar a idéia de limite: aumentando o número de lados do polígono e diminuindo a medida de cada lado (para não ultrapassar os limites da tela), a polígono *tende* à circunferência.

A razão da medida do perímetro para a medida do diâmetro em uma circunferência (número  $\pi$ ) pode ser obtida em uma circunferência desenhada passo a passo da tartaruga, a partir do centro da tela (ponto [0 0]):



Em (1), uma circunferência com perímetro de 360 passos e em (2) a distância da tartaruga ao centro é a medida do diâmetro.

A medida do diâmetro em passos de tartaruga:

MOSTRE DIST [0 0] >> 114.593013342099.

A razão PERÍMETRO / DIÂMETRO através de um cociente:

MOSTRE 360/DIST [0 0] >> 3.14155278319873

Com quatro casas decimais: 3,1416, que é uma aproximação do número  $\pi$ . Na verdade a circunferência também é uma aproximação – é um polígono de 360 lados.

Na escola, o perímetro da circunferência é apresentado por uma fórmula. No Logo, a fórmula do perímetro pode ser obtida nos desenhos da tartaruga através da razão PERÍMETRO/DIÂMETRO de algumas circunferências.

#### 4. VALE A PENA USAR O LOGO NA ESCOLA?

A matemática escolar, geralmente, é ensinada através da apresentação de conteúdos, exemplos e exercícios. A aprendizagem de conceitos matemáticos deixa a desejar para muitos alunos.

Alunos que interagem com a tartaruga Logo e seus professores podem se beneficiar das possibilidades de estabelecimento de relações que o Logo propicia de uma forma que, muitas vezes, não se dá na escola: problemas podem ser propostos pelo professor ou pelo aluno e as soluções podem ser testadas e ajustadas de tal forma que o erro não seja um bloqueador a ser evitado, mas um caminho para o acerto.

A aprendizagem da Matemática certamente é enriquecida com o apoio da Linguagem Logo e para que isso ocorra os professores de Matemática devem conhecer essa linguagem computacional e, brincando com a tartaruga, constatar algumas possibilidades referidas neste texto e, certamente, descobrir muitas outras.

#### 5. CONCLUSÕES

A tartaruga LOGO pode despertar o interesse e o prazer dos alunos em realizar explorações matemáticas. A facilidade de comunicação com a tartaruga viabiliza uma significativa interação dos alunos com o computador. Procedimentos computacionais, como a gravação, o carregamento e a execução de programas também podem ser explorados.

Um novo conceito ou comando pode ser aprendido para utilização imediata, procurando resolver problemas. Essa é uma das características que dão prazer a quem *brinca* com a tartaruga. O processo de resolver problemas com a tartaruga propicia, como subproduto, a descrição das idéias usadas na resolução.

As ações de brincar de tartaruga, se colocar no lugar dela, *andar* figuras geométricas imitando-a, podem levar os alunos a explicitar a forma que eles - e todos nós - de forma inconsciente, nos deslocamos no espaço - nós somos nossa própria referência.

Há muitas possibilidades para serem exploradas no Logo, como a criação de animações, procedimentos recursivos, desenhos complexos, criação de jogos, controles de processos, mas o mais importante é que, mesmo nas interações iniciais a matemática pode ser explorada de forma significativa e com prazer.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ABELSON, H. & DISESSA, A. *Turtle geometry*. Massachusetts, Mit Press, 1981.

GREGOLIN, V.R. *Conceitos Matemáticos em ambiente Logo*. São Paulo, UFSCAr/CECH/PPGE, 1994. (dissertação).

PAPERT, S. *LOGO: Computadores e Educação*. São Paulo, Brasiliense, 1985.

VALENTE, J. A. & VALENTE, A. B. *LOGO: conceitos, aplicações e projetos*. São Paulo, McGraw-Hill, 1988.