Uso de Ferramentas Educacionais na Disciplina de Cálculo Diferencial e Integral

Lídio Mauro Lima de Campos[1]

1Curso de Sistemas de Informação – Universidade Federal do Ceará (UFC)
Estrada do Cedro, Km 5– Quixadá – CE – Brazil

lidio@ufc.br

Abstract :*. The work demonstrates the use of the mathematical software MUPAD 4.0 in the discipline Differential and Integral Calculus I administered in the Information Systems Course on the campus of UFC in Quixada-CE. Computational resources used as didactic tools can, as well as improving mathematics classes, facilitate the development of concepts to understand such things as the exploration and integration of graphical aspects, geometrics, numerics and analysis of software applicable to Calculus. This also permits the simple and precise construction of abstract mathematical models. The work, although still at the testing phase, is showing excellent results, greatly increasing student understanding of the contents of calculus. The discipline of calculus was chosen because it is the base for other disciplines in the Information Systems.*

Key words: *Informatics in Education, Educational Tools.*

Resumo : *Esse trabalho mostra a utilização do software matemático MUPAD 4.0 na disciplina Cálculo Diferencial e Integral I ministrada no curso de Sistemas de Informação no campus da UFC em Quixadá-CE. O uso de recursos computacionais utilizados como ferramenta didática, podem, além de motivar as aulas de matemática, facilitar a formação de conceitos, aprofundar o entendimento dos mesmos, através da exploração e integração dos aspectos gráficos, geométricos, numéricos e analíticos dos softwares aplicados ao Cálculo, o que permite também, a construção de modelos matemáticos abstratos, simples e precisos. Este trabalho, apesar de estar em fase de testes, vem tendo ótimos resultados, aumentado em muito a compreensão dos alunos em relação ao conteúdo de cálculo. . Optou-se pela disciplina de cálculo, pois a mesma é a base para outras disciplinas do Curso de Sistemas de Informação.*

Palavras-Chaves: Informática na Educação, Ferramentas Educacionais.

1. Introdução

A Introdução dos computadores na educação brasileira tem suas origens na década de setenta, mas precisamente em 1971 no ensino de Física. Em 1981, realizou-se o I Seminário Nacional de Informática na Educação, onde se discutiu a importância de pesquisar e usar o computador como ferramenta auxiliar no processo de ensino-aprendizagem Koop (2001).

Em relação à matemática, as ferramentas computacionais, softwares computacionais aplicados, possibilitam o seu ensino de maneira inovadora, reforçando assim o papel da linguagem gráfica e relativizando a importância do cálculo. Segundo

Lima et.al (2008) apud. Ponte (2008), elas constituem um meio educacional auxiliar para apoiar a aprendizagem dos alunos e permitem criar situações de aprendizagem estimulante. De acordo com Barufi (2008), é uma outra maneira de buscar e viabilizar a construção do conhecimento, de maneira mais autônoma e independente, em um novo ambiente, onde os movimentos e as interações são diferentes e obedecem a modelos. Além disso, abrem um novo leque de possibilidades em função das inúmeras simulações que podem ser realizadas e dos questionamentos que podem ser estabelecidos. Ainda segundo Barufi (2008), ao usar o computador, principalmente com ferramentas computacionais, é possível certa aproximação dos materiais concretos, ajudando os estudantes na construção de raciocínios formais.

Esse trabalho propõe o software educacional MuPAD que foi usado na disciplina Cálculo Diferencial e Integral. O Software possibilita a expansão dos limites de sala de aula, possibilitando aos alunos melhor construir o conhecimento matemático, permitindo assim aliar a teoria a prática por meio de um abordagem interdisciplinar melhorando assim a qualidade do curso ministrado.O artigo está estruturado da seguinte maneira: a secção 2 discute a importância do uso do computador na educação, a secção 3 mostra algumas ferramentas para o ensino de cálculo diferencial e integral, a secção 4 detalha as características do MuPAD e mostra a resolução de problemas matemáticos com a ferramenta, a secção5 conclui o trabalho e a secção 6 apresenta as referências bibliográficas.

2. A Importância do Uso do Computador na Educação

Segundo Cysneiro (2006) o papel da informática como ferramenta educativa tem crescido de forma significativa nos últimos anos e a Informática na Educação é, hoje, uma das áreas mais fortes da Tecnologia Educacional.

O uso do computador pode trazer grandes benefícios ao ensino de cálculo, mas para isso é necessário escolher programas adequados e uma metodologia adequada que tire proveito das características positivas do computador, como boas representações gráficas e rapidez em cálculos. Um bom exemplo desse benefício é a computação gráfica. Com a utilização de ferramentas computacionais educacionais, o aprendizado em Cálculo Diferencial e Integral torna-se mais desafiador e prazeroso. A interface gráfica dos softwares facilita todo esse processo: “uma figura vale mil palavras”, assim sendo o aluno sente-se mais motivado pelas aulas, e fixa os conceitos mais rápidos do que os métodos convencionais. As aulas teóricas-práticas são mais agradáveis e o aluno desperta mais para o assunto que esta sendo ministrado. Além disso, participa mais da aula, por meio de dúvidas. Aplicação do Cálculo a outras áreas faz com que o aluno se sinta mais a vontade, ás dúvidas “onde vou aplicar esse conhecimento?” desaparecem! .

A utilização de um software educacional torna-se um facilitador da aprendizagem, pois permite ao estudante utilizar uma ferramenta que oferece flexibilidade na construção de modelos matemáticos, permitindo desenvolver melhor a sua criatividade. Além do mais, permite a troca de experiências em grupos, tornando mais simples o processo de aprendizagem em grupo, possibilitando assim a construção do conhecimento de forma autônoma, os ambientes gráficos dos softwares, cores, textos, gráficos, facilitam a percepção e a construção do conhecimento.

A escolha de uma ferramenta computacional adequada deve levar em consideração a facilidade de tornar o ensino do conteúdo de uma forma mais prática, visando motivar o aluno a se interessar pela aula, possibilitando que o mesmo se auto desenvolva na busca da solução de problemas matemáticos, uma aula dinâmica é essencial para melhorar o desempenho do aluno, a fixação de conceitos é mais eficiente.

3. Ferramentas Computacionais Educacionais para o Ensino de Cálculo Diferencial e Integral

Dentre as ferramentas computacionais que podem ser utilizadas para se resolver um determinado problema, existem aquelas puramente numéricas, que utilizam algoritmos bem conhecidos para encontrar soluções de equações, e existem aquelas algébricas. A principal diferença entre elas é a exatidão da resposta: na computação numérica os dados (números) são armazenados como números reais, e como a capacidade de memória dos computadores é limitada, os arredondamentos acabam afetando a precisão da resposta. Já na computação simbólica, como os dados são armazenados como frações e manipulados algebricamente, a precisão da resposta é total. Outra vantagem da computação simbólica é a possibilidade do uso de "fórmulas fechadas", ou seja, a resolução de problemas literais.

O **Modellus** é um software que permite a produção de gráficos de funções e cálculo de integral definidas por vários métodos numéricos com o apoio visual. O software é muito eficiente quando se trata de cálculo levando em consideração a seguinte ementa: equações, funções, gráficos, limites, derivadas, integrais e cálculo de volumes. O Modellus pode ser encontrado no site http://modellus.fct.unl.pt/modellus é de origem portuguesa da Universidade federal de Lisboa e foi desenvolvido em c++.

O **Winplot :** programa gráfico de propósito geral, desenvolvido pelo Professor Richard Parris da Philips Exeter Academy. Seu uso no âmbito da geometria plana e espacial é interessante, consistindo de uma ferramenta didática, uma vez que o Winplot permite traçar e animar gráficos em 2D e 3D, por meio de vários tipos de equações (explicitas, implícitas, paramétricas, entre outras). O Winplot foi desenvolvido em linguagem de programação C++ [Parris(a), 2008].

O **Maple** é um sistema de álgebra computacional comercial de uso genérico. Constitui-se de um ambiente computacional para computação de expressões algébricas, simbólicas, permitindo o desenho de gráficos 2D e 3D. O seu desenvolvimento começou em 1981 pelo grupo de computação simbólica na universidade de Warteloo no Canadá

Seguindo a linha dos programas citados anteriormente, o MuPAD (Multi-Processing Algebra Data Tool) é um sistema de computação algébrica (C.A.S. – Computer Algebra System) interativo, desenvolvido à partir de 1990 na Universidade de Paderborn (Alemanha) com todos os recursos dos principais softwares comerciais nesta área, como o Mathematica e o Maple. A principal vantagem do MuPAD sobre esses softwares é a possibilidade de serem definidos novos tipos de dados (criando estruturas algébricas, como grupos ou anéis, por exemplo) e a de se adicionarem programas em C++ ao núcleo do sistema.

O MuPAD pode ser copiado no site http://www.mupad.de, que é o site do fabricante. Existem versões para Windows, Linux e MAC. Para Linux, a versão completa é livre, e para Windows e MAC existem versões de demonstração (MuPAD Light) com uso restrito de memória, restrição esta que pode ser removida com o registro (gratuito) do programa. Outra restrição da versão Light é a impossibilidade de editar uma linha de comando já interpretada. Assim, é necessário copiar-colar os comandos para alterá-los. A versão atual do software é o MUPAD 4.0.6.

4 - A Teoria de AUSUBEL

O conceito central da teoria de David P. Ausubel aprendizagem significativa, um processo através do qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do individuo. Esse processo envolve a interação da nova informação com uma estrutura de conhecimento especifica existente na estrutura cognitiva do indivíduo, a qual Ausubel define como subsunçor. A aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos ou posições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Ausubel vê o armazenamento de informações no cérebro humano como sendo organizado, formando uma hierarquia conceitual, na qual os elementos mais específicos de conhecimento são ligados e assimilados a conceitos mais gerais, mais inclusivos. Esse processo de "ancoragem" da nova informação resulta em crescimento e modificação do subsunçor Moreira (1999).

Para o desenvolvimento de conceitos subsunçores, Ausubel recomenda o uso de organizadores prévios, que são materiais introdutórios apresentados antes do assunto ser aprendido. Segundo o próprio Ausubel, a principal função do organizador prévio é a de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber, a fim de que o novo assunto possa ser aprendido de forma significativa. O uso desses organizadores prévio, portanto, é uma estratégia para manipular a estrutura cognitiva e, assim, facilitar a aprendizagem significativa Filho et. al (2004).

Uma das condições para a ocorrência da aprendizagem significativa é que o material a ser aprendido seja relacionável à estrutura cognitiva do aprendiz. Essa condição implica em que o aprendiz tenha disponível em sua estrutura cognitiva os subsunçores adequados. A outra condição é que o aprendiz manifeste uma disposição para relacionar de maneira substantiva e não-arbitrária o novo material à estrutura cognitiva Moreira (1999).

5 – Computação Simbólica

A computação simbólica é um interessante recurso de programação de alto-nível, que integra os paradigmas de programação procedural, programação functional e programação baseada em regras, que permite aos programadores especialistas produzirem aplicações que sistematicamente trabalham o desenvolvimento de Cálculo analítico avançado. Esse recurso pode simplificar a tarefa do usuário de executar cálculos tediosos e repetitivos feitos à mão Filho et. al (2004).

O MuPAD trabalha com essa noção de computação simbólica que é um ramo da ciência computação e da matemática no quais os fundamentos teóricos algorítmicos centralizam-se no estudo de problemas relacionados com objetos não numéricos (i.e, símbolos) que podem ser tratados pelo computador , com ênfase em cálculos simbólicos tais como fatoração de polinômios, resolução de equações algébricas e equações diferenciais, operações com matrizes, limites,derivadas e integral.

6. Desenvolvimento e Resultados

O uso do MUPAD na disciplina de Cálculo I ministrado na UFC, Campus de Quixadá, seguiu três frentes, a primeira foi teórica onde o professor ministrou os seguintes assuntos: números reais, limites derivadas e integrais. Os mesmos foram abordados por materiais introdutórios, levando mais em conta a abrangência do que a profundidade dos conceitos, que segundo a teoria de Ausubel seria o uso dos organizadores prévios, visando facilitar a aprendizagem significativa.

A segunda frente do curso foi teórico-prático onde o professor utilizou o MuPAD como ferramenta auxiliar nas aulas teóricas, onde os elementos mais específicos de conhecimento puderam ser ligados a conceitos mais gerais. Foram resolvidos problemas de limites, derivadas e integral utilizando-se a representação simbólica do MUPAD. Além disso, procurou-se aplicar os conhecimentos do Cálculo aplicado às outras áreas como economia, biologia, máximos e mínimos dentre outros.

A seguir mostra-se alguns dos recursos do software que foram utilizados na disciplina de Cálculo I que facilitaram a fixação dos conhecimentos teóricos, a parte teórico-prático foi destinada a mostrar que todo o conhecimento teórico de limites, derivadas e integral pode ser resolvido utilizando o MuPAD, por representação simbólica, com isso os conceitos puderam ser melhor fixados.

A Figura 1 mostra os comandos básicos para a criação de uma função composta g(x,y) e para o cálculo de g(2,3). Os conceitos de domínio e imagem de uma função já haviam sido apresentados teoricamente em um nível introdutório, em um nível mais alto de abstração. Percebe-se que quando o aluno define a função por g:=(x,y)→x^2+y^2, de acordo com o que é mostrado pelo primeiro comando e pressiona-se enter, o MuPAD automaticamente mostra em azul o resultado daquele comando $(x,y)\rightarrow x^2+y^2$, ou seja esse representação é bastante intuitiva para que o aluno entenda que o ponto (x,y) é mapeado em um valor z que é definido por x^2+y^2. O que possibilita ao aluno mais facilmente os conceitos de domínio e imagem de uma função, a seguir por meio do comando g(2,3) acha-se a imagem do par ordenado (2,3).

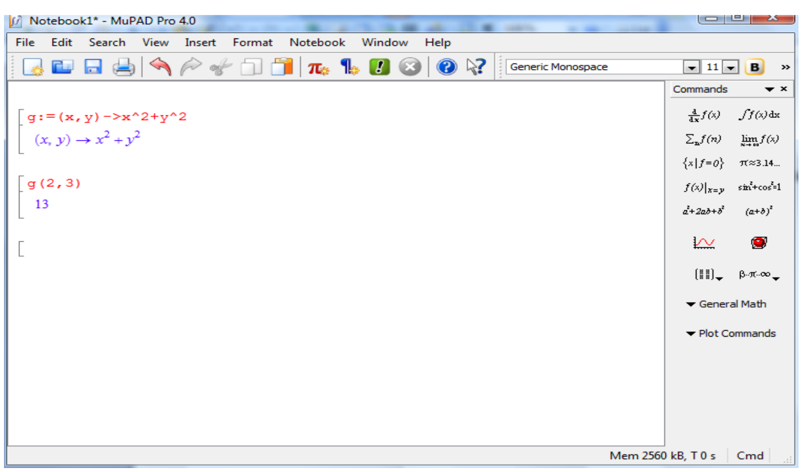

Figura 1 - Definição de uma função composta

Após apresentar os conceitos expostos na Figura 2, solicitou-se que o aluno plota-se o gráfico da Função g(x,y), o que é mostrado na Figura 3. Percebe-se que o gráfico dá uma outra visão a respeito do comportamento da função, a respeito de domínio e imagem, sendo possível rotacionar o gráfico com o uso do “mouse”.

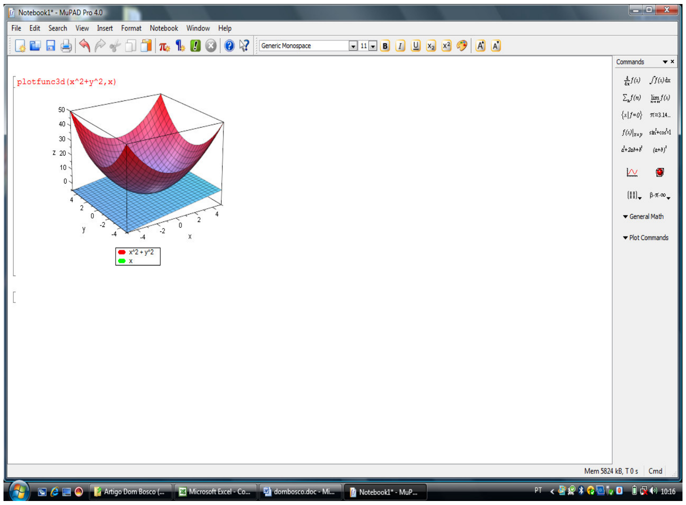

Figura 2 – Gráfico Tridimensional de x^2+y^2

O Cálculo de limites é efetuado com o uso dos seguintes comandos: limit(f(x), x=xo), $\lim_{x \to x0} (f(x))$ que calcula limite da função, limit(f(x), x = x0, Left), $\lim_{x \to -x0} (f(x))$, calcula o limite a lateral a esquerda da função f(x) e limit(f(x), x = x0, Right), $\lim_{x \to +x0} (f(x))$ que calcula o limite a direita da função f(x). A Figura 3 ilustra o cálculo de Limites usando o MuPAD.

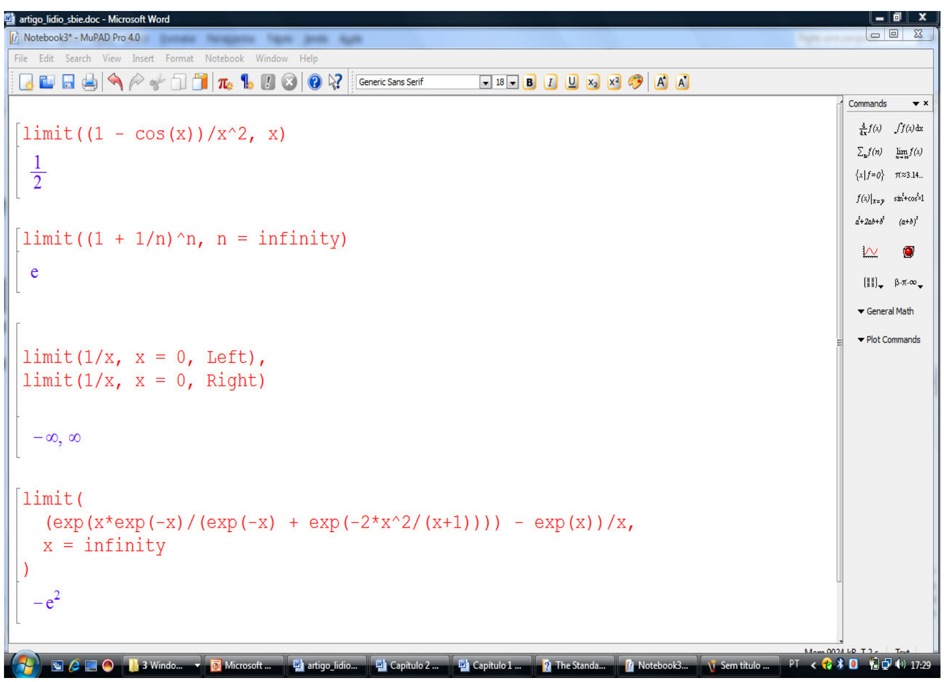

Figura 3 – Cálculo de Limites

Após apresentar o conceito de derivadas pela Definição 1.

Definição 1: A derivada de uma função f denotada por f´, tal que seu valor em qualquer número x do domínio de f será dado por : $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$, se esse limite existir; Se x1 for um determinado número no domínio de f, então $f'(x1) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x1 + \Delta x) - f(x1)}{\Delta x}$ Leithold (1977).

O professor resolveu problemas do tipo: Achar a inclinação da reta tangente à parábola $f(x)=x^2$ no ponto (2,4), da definição de derivadas percebe-se na seqüência abaixo que a inclinação da reta tangente no ponto é a própria derivada, isso é verificado quando $\Delta x \to 0$.

$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$ $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{(2 + \Delta x)^2 - 4}{\Delta x}$ $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{(4 + 4\Delta x + (\Delta x)^2 - 4)}{\Delta x}$ $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{4\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x}$

$\lim_{\Delta x \to 0} (4 + \Delta x)$ Entretanto, o aluno não tem como visualizar o gráfico da Função e a reta tangente a ela. Para isso o professor, mostrou como representar simbolicamente esses conceitos, com auxilio do MuPAD.

Os comandos são mostrados na Figura 4, onde o primeiro comando define a função desejada, o segundo é a definição do ponto, e o terceiro calcula a derivada no ponto, para melhor entendimento do conceito de derivadas apresentado anteriormente, por fim plotou-se o gráfico da função g(x) e da reta tangente.

```
g:=x->x^2:

ponto:=2:

inclinacao:=g'(ponto):

reta_tangente:= inclinacao*(x-ponto)+g(ponto);
4·x−4

plotfunc2d( g(x), reta_tangente(x), x=-5..5)
```

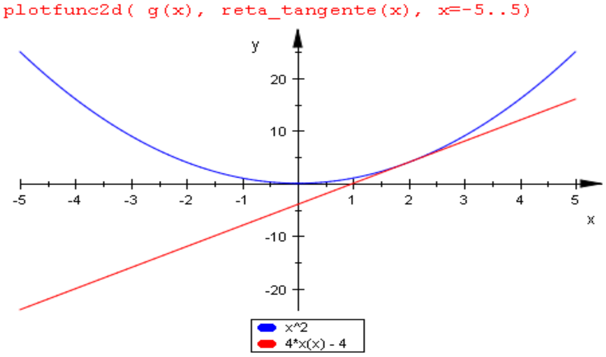

Figura 4 – Reta Tangente no MuPAD

Outra aplicação interessante de derivadas é o cálculo de máximos e mínimos de funções, analisando o comportamento da função $f(x)=1/x^2{}_+1$ no intervalo $(-\infty,+\infty)$, inicialmente esboça-se o gráfico da função utilizando o comando plotfunc2d, o que é mostrado abaixo, na Figura 5.

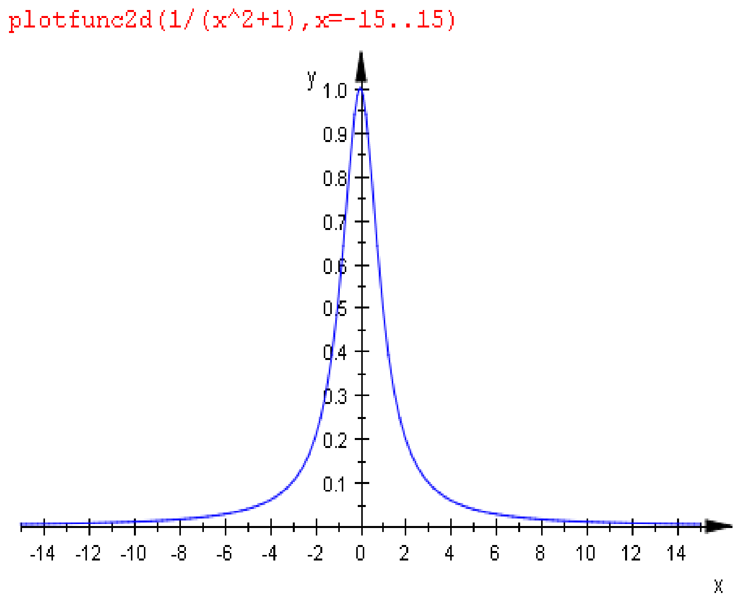

Figura 5 – Gráfico de $f(x)=1/x^2{}_+1$

Diferenciando-se em relação a x temos diff(1/(x^2+1),x) = -2*x/(x^2 + 1)^2 e Fazendo d/dx=0 temos que: -2*x/(x^2 + 1)^2=0 no MuPAD equivale a solve(-2*x/(x^2 + 1)^2=0,x) e para x=0 tem-se f(x)=1, ou seja (0,1) é um ponto de inflexão , observando-se a Figura 5 , conclui-se que este é um ponto de máximo. Dessa forma, o aluno pode facilmente identificar se um ponto é de máximo ou mínimo sem ter de ser utilizar de cálculos exaustivos feitos a mão.

O MuPAD resolve qualquer Integral por meio do comando int(f(x),x), a seguir ilustra-se alguns exemplos de resolução de integrais: por exemplo para calcular a integral de ∫(cosx)/((senx)^2)dx, no MuPAD utiliza-se o comando int(cos(x)/sin(x)^2, x) que resulta em -1/sin(x). Pode-se também computar a integral de $(x(\ln(x))^{-1}$ no intervalo $[e,e^2]$ por meio do comando int(1/x/ln(x), x = exp(1)..exp(2)) que resulta em ln(2). A Figura 6 mostra a resolução de outras integrais usando o MuPAD.

Além da Resolução de integrais, é possível resolver problemas aplicados a outras áreas tais como: economia. Uma das aplicações tratadas no curso foi de Custo Marginal C '(x) que pode ser interpretado como a taxa de variação do custo total quando x unidades são produzidas , já o custo Total dado por C(x) é o custo da produção para um valor x. Encontramos o custo total integrando a função custo marginal, isto é : C(x)=∫C'(x)dx . Custo Geral: custo quando nenhuma unidade é vendida, isto é, C (0) é o custo geral.

Um problema típico para essa aplicação é : Uma empresa determinou que a função Custo Marginal para a produção de certa mercadoria é dada por C ' (x)= 125 + 10*x + (1/9)*x^2, onde C (x) é o custo total da produção . Se o custo geral for de R$ 250, qual será o custo da produção de 15 unidades?. A solução é dada por C (x)=∫ (125 + 10*x + (1/9)*x^2)dx. Percebe-se que int(125 + 10*x + (1/9)*x^2, x) = $125x+10x^2+1/27x^3+k$, logo C(0)=250, então K=250, no MuPAD define-se a função C:= x-> 125*x + 5*x^2 + x^3/27 + 250, logo C(15)=3375. A Figura 7 mostra a solução desse problema.

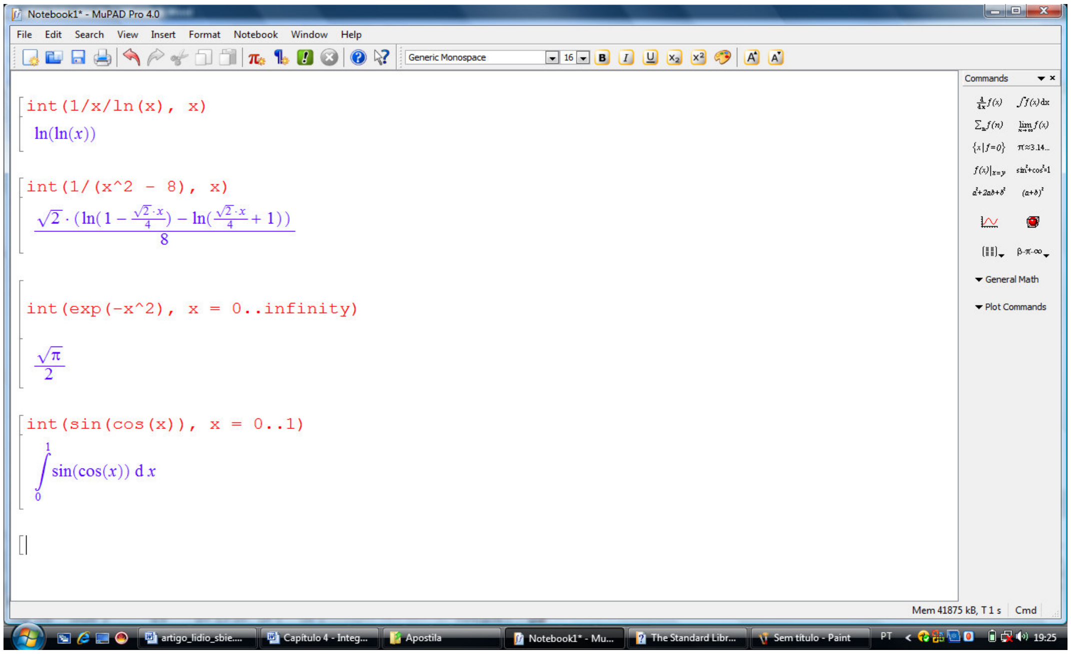

Figura 6 - Resolução de Integrais pelo MuPAD.

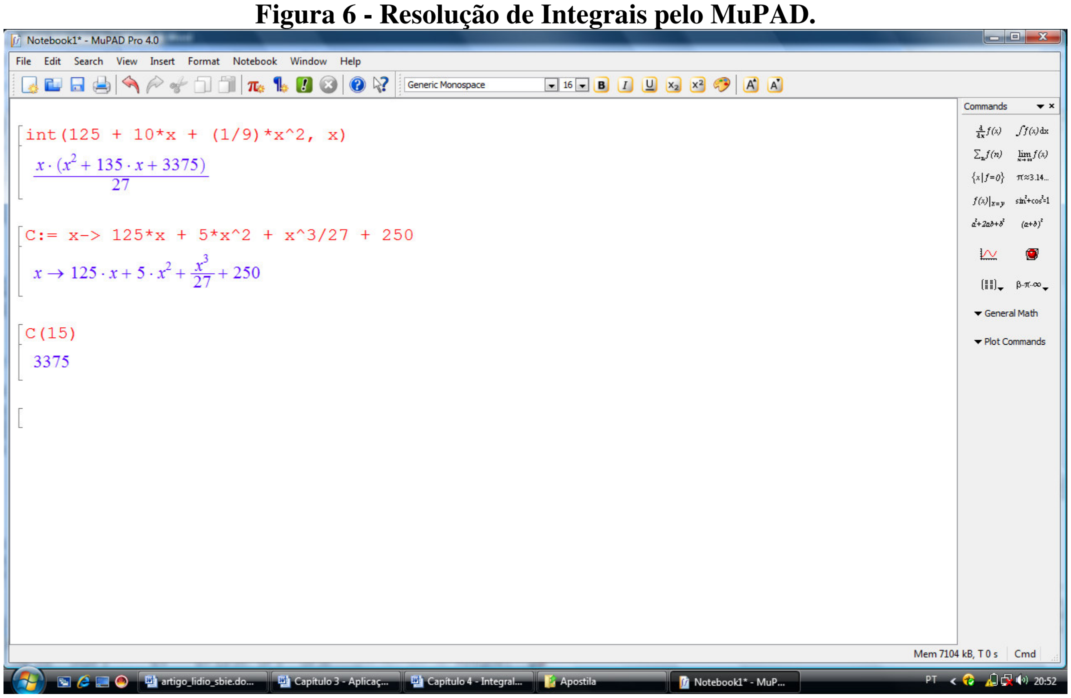

Figura 7 – Cálculo do Custo de produção de 15 unidades

7. Conclusões

As disciplinas, do curso de Sistemas de Informação, voltadas para a área de matemática são de suma importância para a formação do discente, visto que na vida profissional o mesmo irá lidar com problemas que envolvem abstração e raciocínio lógico. Partindo desse pressuposto, no desenvolvimento da disciplina de Cálculo mostrou-se ao aluno o conceito de computação simbólica, onde se resolveu problemas matemáticos com auxilio do MuPAD facilitando assim fixação dos conceitos, com isso exercitou-se a capacidade de abstração do aluno na representação de problemas de Cálculo.

O software MuPAD possibilitou ao professor disponibilizar aos alunos do segundo semestre do Curso de Sistemas de Informação um contado direto com diversos recursos computacionais direcionados ao ensino da matemática, fornecendo aos mesmos experiências que solidificaram as bases matemáticas teóricas. O Software constitui-se uma excelente ferramenta para tal ensino como pode ser comprovado pela iniciativa do tomada pelo Curso de Sistemas de Informação do Campus da UFC em Quixadá.

8. Referências

LIMA, I.R.C ; COSTA, M.C.P; COSTA, H.A.X. Aprendizado de Geometria Analítica e Álgebra Linear Utilizando um software Gráfico via Internet. Anais, IV Simpósio Brasileiro de Sistemas de Informação, Rio de Janeiro, V.1, p.168-185, abri. 2008.

PONTE, J.P ; OLIVEIRA, H.; VARANDAS,J.M. O Contributo das Tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte-Oli-Var(TIC-Dario).doc> . Acesso em: 25 jun. 2008.

BARUFI, M.C.B. E - Cálculo: Um E-curso de matemática. Disponível em: <http://www.cefa.if.usp.br/e-calculo>. Acesso em: 23 jul. 2008.

CYSNEIRO, P.G. Novas tecnologias no cotidiano da escola. Artigos categoria : informática. Disponível em: <http://www.educaçaoonline.pro.br/art_as_novas_tecnologias.asp?f_id_artigo=422> . Acesso em: 28 jul. 2008.

LEITHOLD, L. O Cálculo com Geometria Analítica - vol 1 e 2, 3ª Edição. São Paulo: Editora Harbra Harper & Kow do Brasil Ltda., 1994.

KOPP, R.; LEIVAS, M.; SILVA, M.L.; TIJIBOY, A. V. Novas Tecnologias: Educação e sociedade na era da informação. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2001.

MOREIRA, M.A. Teorias da Aprendizagem. São Paulo: Editora Pedagógica Universitária, 1999.

FILHO, G. P. C.; RIBEIRO, J.W.; GONÇALVES, D. H. Programação Simbólica e Teoria de Ausubel no Aprendizado de Métodos Numéricos. World Congress in Engineering and Technology Education. São Paulo, Brazil, 2004.

BLACHMAN, N. *Mathematica: Uma abordagem prática*. 1° ed., Pertice-Hall do Brasil, Rio de Janeiro, 1996.

MAJEWSKI, MIROSLAW. Mupad pro Computing Essentials. 2° ed., Editora : Spring Verlag. New York, 2006.